

Департамент освіти Вінницької міської ради
Міський методичний кабінет
Лабораторія інформаційних та комунікаційних технологій
закладу «Фізико-математична гімназія №17 ВМР»

Створення інтерактивних моделей у середовищі GeoGebra

**(методичні рекомендації
для вчителів)**

Долюк Дмитро Анатолійович,
заклад «Фізико – математична гімназія №17
Вінницької міської ради»,
програміст лабораторії інформаційних та
комунікаційних технологій

Порхун Алла Олексіївна,
заклад «Фізико – математична гімназія №17
Вінницької міської ради»,
методист лабораторії інформаційних та
комунікаційних технологій,
вчитель інформатики,
спеціаліст

робочий телефон – (0432) 352777

Передмова

Система динамічної математики GeoGebra (СДМ GeoGebra) – це вільний педагогічний програмний продукт, призначений для вивчення і викладання математики в середніх та вищих навчальних закладах, який поєднує динамічну геометрію, алгебру, математичний аналіз, фізику та статистику. GeoGebra є сучасним продуктом, створеним Маркусом Хохенвартером і міжнародною командою програмістів з використанням останніх досягнень в галузі інформаційних технологій. Продовжується активна робота над її розвитком та вдосконаленням.

Система динамічної математики GeoGebra використовується при вивченні математики, фізики та інших навчальних дисциплін у середніх та вищих навчальних закладах багатьох країн світу. Як приклад, можна навести Австрію, Польщу, Німеччину, Великобританію, Канаду, США, Італію, Іспанію, Норвегію, Фінляндію, Швецію, Австралію.

Пакет динамічної математики GeoGebra – це:

- інтерактивна графіка, алгебра та електронні таблиці;
- комп'ютерна підтримка навчання математики та інших предметів від початкової школи до університету;
- можливість вільного доступу ([файлове сховище](#), [GeoGebraTube](#)) до навчальних матеріалів.

Ресурс www.geogebra.org пропонує користувачам GeoGebra:

- постійно оновлювану базу методичних і дидактичних матеріалів у вільному доступі;
- [форум користувачів](#) (учнів, студентів, вчителів, викладачів, освітян); останні новини щодо заходів та подій у спільноті користувачів GeoGebra з різних куточків світу.

Програмісти лабораторії інформаційних та комунікаційних технологій фізико-математичної гімназії №17 інтегрували в систему дистанційної підтримки освіти

<http://disted.edu.vn.ua> можливість використовувати динамічні інтерактивні об'єкти, створені в GeoGebra. Це надало додаткові навчальні можливості урокам, а саме:

- дозволило включати до їх складу виразні 3D- геометричні побудови;
- створювати інтерактивні завдання з моделювання фізичних явищ;
- будувати графіки функцій, проводити експериментальні дослідження зі зміною параметрів функцій тощо.

Даний посібник орієнтований на потреби вчителя, який розробляє інтерактивні моделі в системі GeoGebra. Окремий розділ присвячено механізму інтеграції готових аплетів в уроки системи <http://disted.edu.vn.ua>. У посібнику “step-by-step” описано послідовність дій при роботі із системою, починаючи з інсталяції на власному ПК і закінчуючи розробкою достатньо складних моделей. У додатку наведено перелік посилань, що можуть бути корисними тим, хто зацікавиться використанням можливостей системи в процесі навчання.

Ю.Пасіхов,

завідувач ЛІКТ ФМГ№17,
заслужений учитель України

ЗМІСТ

	<i>Передмова.....</i>	<i>стор. 2</i>
1.	<i>Що таке Geogebra?.....</i>	<i>стор. 5</i>
2.	<i>Встановлення GeoGebra на вашому комп'ютері.....</i>	<i>стор. 10</i>
3.	<i>Перший запуск. Знайомство з інтерфейсом</i>	<i>стор. 15</i>
4.	<i>Можливості головного меню</i>	<i>стор. 16</i>
5.	<i>Панель інструментів. Опис функцій</i>	<i>стор. 25</i>
6.	<i>Найпростіші прийоми створення інтерактивних моделей.....</i>	<i>стор. 36</i>
7.	<i>Складніші приклади створення тривимірних інтерактивних моделей</i>	<i>стор. 50</i>
8.	<i>Розміщення моделей GeoGebra в системі «Готуємося до уроків» http://disted.edu.vn.ua</i>	<i>стор. 57</i>
9.	<i>Використані джерела</i>	<i>стор. 62</i>

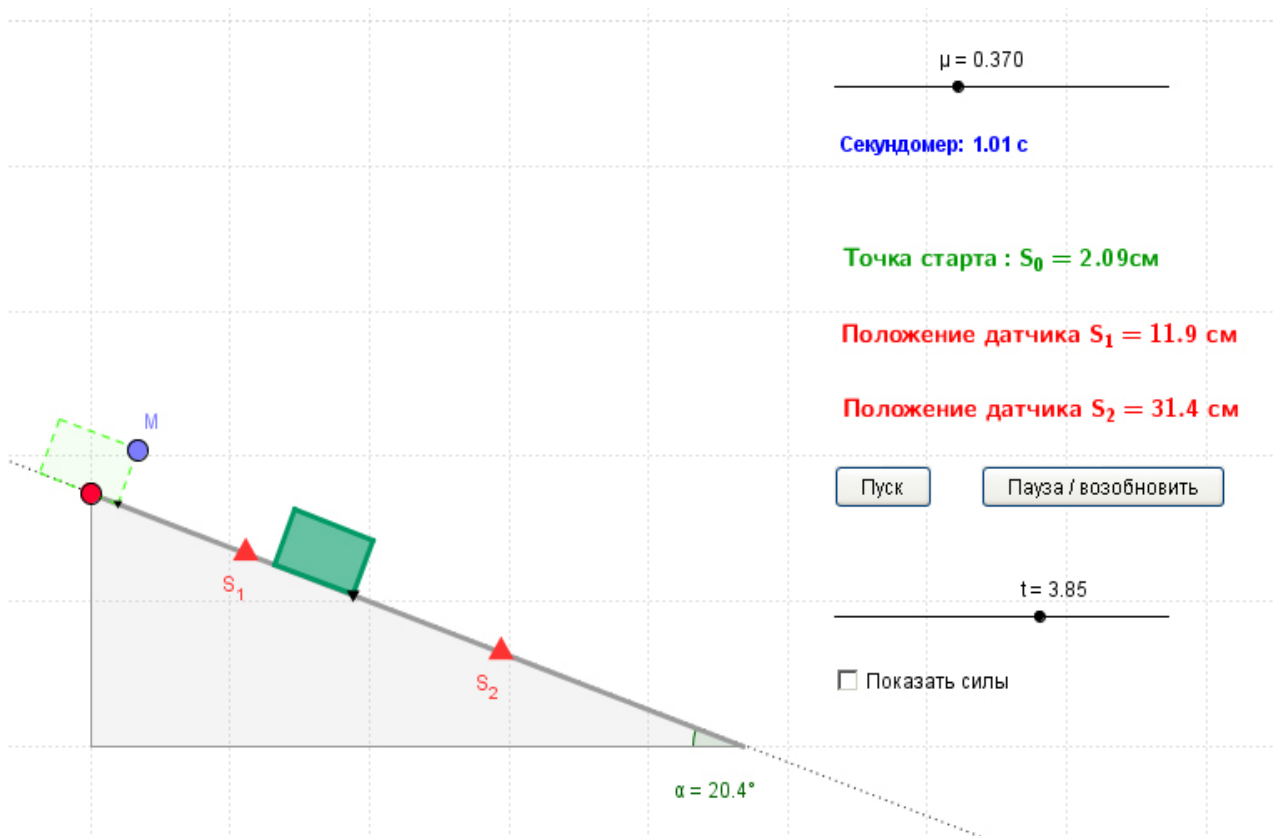
1. Що таке GeoGebra?

Це безкоштовна математична програма для розробки інтерактивних (живих) моделей, Інтернет-сторінок та використання їх у навчанні. Вона завжди доступна на www.geogebra.org. GeoGebra полегшує створення математичних моделей, які дозволяють проводити інтерактивні дослідження при переміщенні об'єктів і зміні параметрів.

Спочатку декілька прикладів для того, щоб зрозуміти, з чим ми працюємо.

1. Фізика. Рух тіла на похилій площині

Перейдіть за посиланням http://school-physics.spb.ru/tiki-index.php?page=virt_mechanics_inclined_plane та зробіть активною вкладку **Интерактивная модель**. Додаток дозволяє змінювати кут нахилу площини (перетягніть червону точку), початкове положення тіла (перетягніть точку М), коефіцієнт тертя (перетягніть повзунок μ). Можна відобразити сили, поставивши відповідну галочку.

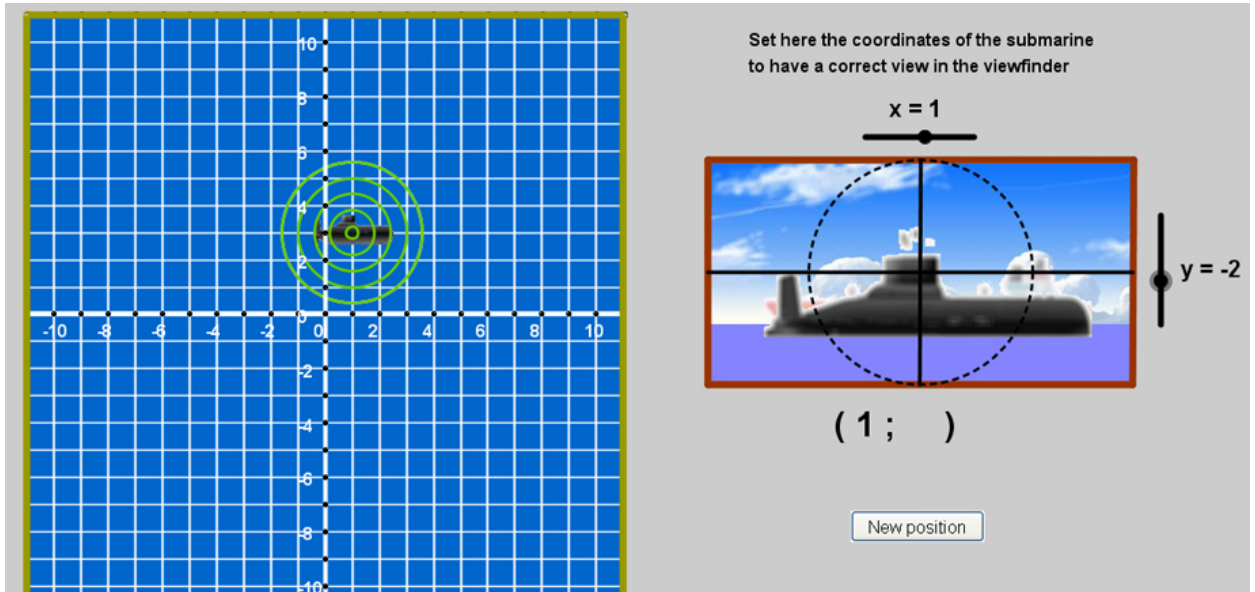


2. Математика. Точки на координатній площині

(<http://www.geogebraTube.org/student/m21940>).

Підводний човен має

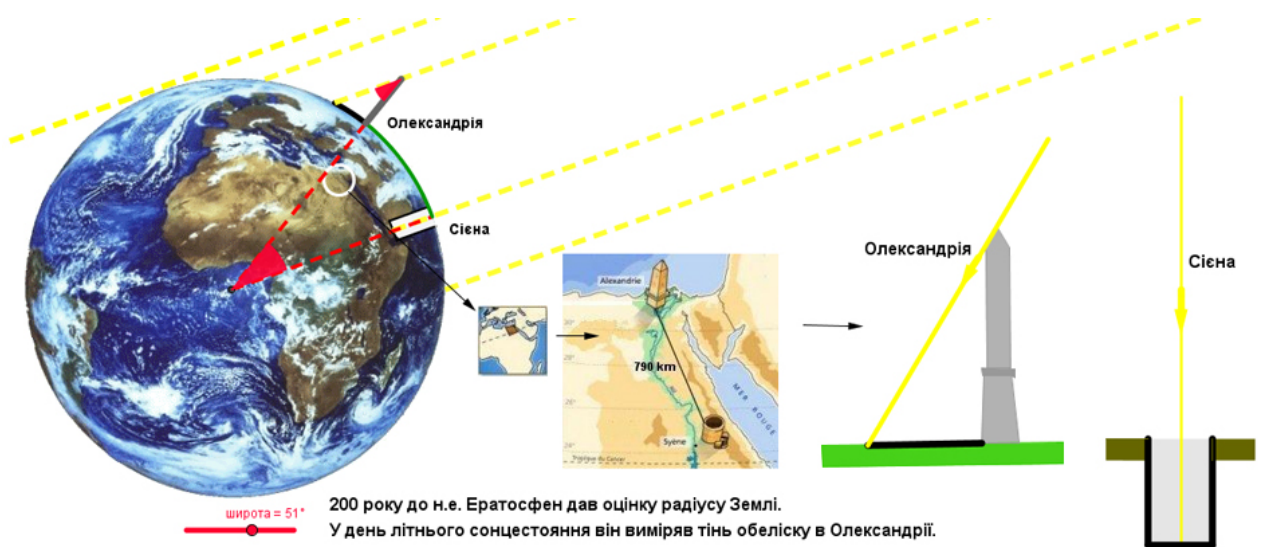
координати. Треба поставити відповідні значення повзунків x та y .



3. Історія. Визначення радіуса Землі у 2 столітті до н.е.

(<http://www.geogebraTube.org/student/m22662>).

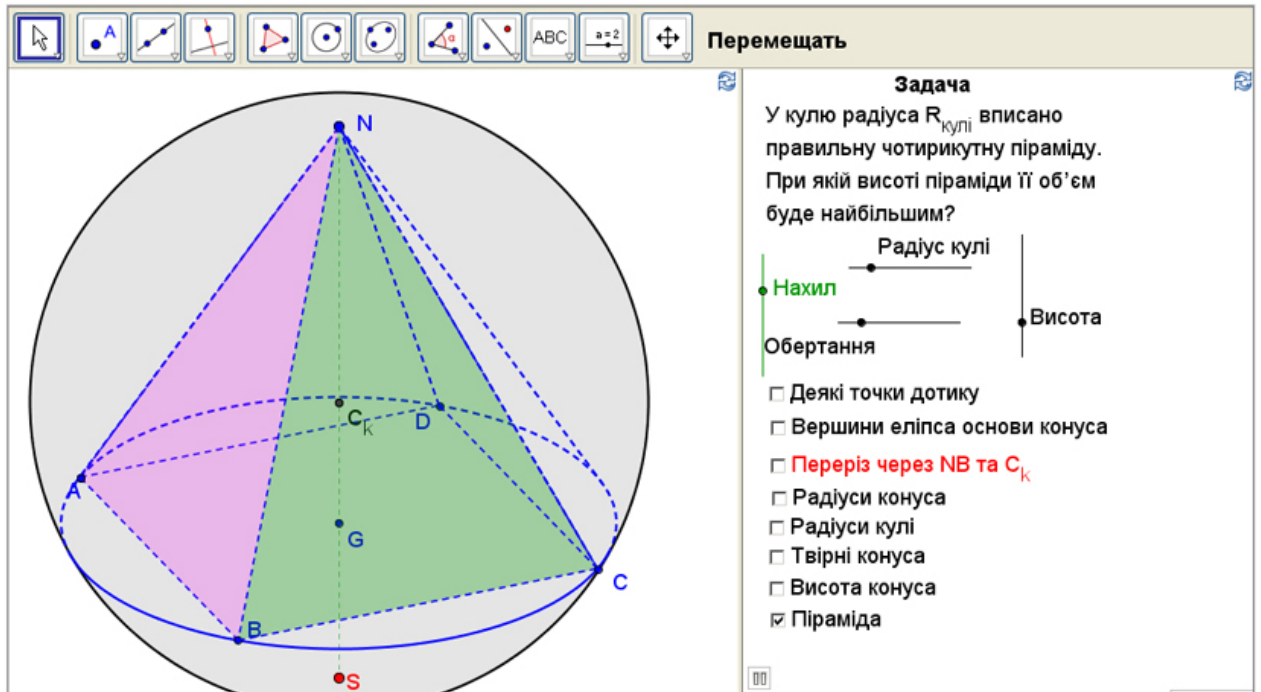
Ілюстрація відомого факту: Ератосфен дав оцінку радіуса Землі, вимірюючи тінь обеліска в Олександрії у день літнього сонцестояння, коли в той же день у Сієні (місто на тому ж меридіані, що й Олександрія, 790 км на південь) сонце знаходилося в зеніті.



Виявилось, що тінь дорівнює восьмій частині висоти обеліска.
На тому ж меридіані, що й Олександрія, 790 км на південь,
знаходилося місто Сієна. Там сонце було у зеніті, його промені
були вертикальними - можна було побачити зображення Сонця
на дні колодезя.

4. Геометрія: Правильна чотирикутна піраміда, вписана в кулю

(<http://www.geogebra.org/student/m8691>). Модель керується зміною положення повзунків та встановленням галочок.



Увага! Для нормальної роботи інтерактивних моделей у браузері має бути встановлений програмний пакет **Java**. У випадку відсутності такого пакету на Вашому комп'ютері **Java** ознайомтесь із рекомендаціями щодо встановлення у даному посібнику.

В Інтернеті розміщено багато моделей, які безкоштовно можна використовувати у навчальному процесі. На офіційному сайті програми **Geogebra** зібрана ціла база таких моделей. Для переходу до неї скористайтеся посиланням <http://www.geogebra.org/?lang=ru>. Велика колекція моделей, в першу чергу, для уроків математики впорядкована авторами посібника згідно діючих програм і доступна у системі «Готуємося для уроків» за прямим посиланням <http://disted.edu.vn.ua/courses/work/597>.

Розглянемо приклад з <http://www.geogebraTube.org>



Перейдіть у розділ **Материалы** та спробуйте знайти той, що Вам потрібен. Прикладів буде значно більше, якщо у рядку пошуку вводити ключові слова англійською мовою (Перекладач translate.google.com може стати у нагоді).

Якщо сталося так, що є модель, яка Вас повністю влаштовує (нічого додати чи змінити), Вам пощастило, створіть закладку або збережіть посилання, що у адресному рядку браузера, і використовуйте модель через Інтернет.

Бажаєте мати доступ до цих матеріалів без Інтернету, або у майбутньому, вставити відповідну модель у свій урок, оберіть «Скачать чертеж для учеников» та збережіть архів, розархівуйте та запустіть файл html. **Увага!** Якщо Ви будете його відкривати на іншому комп'ютері, переконайтеся, що на ньому встановлений **Java-плагін**.

Geogebra

О программе Скачать Справка Материалы Сообщество

Главная Поиск Пользователи Загрузить документ

Вы находитесь тут: [GeoGebraTube](#) > Net of a Square Pyramid

Добро пожаловать, Гость!
[Войти](#) | [Регистрация](#)

Поиск

[Расширенный поиск]

Net of a Square Pyramid

Net of a Square Pyramid animated

Прейти к чертежу для учеников

0

Скачать Вставить Поделиться

Что вы хотите скачать?

Вы можете скачать либо только файл .ggb, либо полностью всю страницу с заданиями для учащихся.

Скачать файл (.ggb) Скачать чертеж для учеников (.zip)

www.geogebra.org/material/download/format/file/id/20825 - 08:41

Этот проект лицензирован **Creative Commons: Attribution Share Alike**

Якщо виникло бажання вдосконалити знайдений матеріал, то:

1) завантажте файл **.ggb** (інколи їх називають аплетами);

Скачать файл (.ggb)

2) встановіть **GeoGebra** (див. розділ Інсталювання);

3) внесіть зміни, скориставшись розділами цієї інструкції.

2. Встановлення GeoGebra на комп'ютері

Цей процес складається з двох етапів: підготовчого (на якому ми встановлюємо Java) та основного (безпосереднє встановлення GeoGebra).

Розглянемо інсталювання для операційних систем Microsoft Windows, Linux.

2.1 Інсталювання Java для Windows.

Перейдіть на сайт Java за посиланням <http://www.java.com/ru> та натисніть кнопку “Загрузить Java бесплатно”, далі Вас буде перенаправлено на іншу сторінку, де потрібно натиснути кнопку “Согласиться и начать бесплатную загрузку”. Запускаєте завантажений файл і дотримуетесь вказівок щодо інсталювання.

Увага! При інсталюванні Java вище зазначеним способом потрібно, щоб Ваш робочий комп'ютер був у мережі Інтернет, оскільки Ви скачуєте лише помічника, всі інші потрібні файли будуть завантажуватись з Інтернету під час інсталювання.

Якщо такий спосіб Вам не підходить, скористайтесь посиланням http://www.java.com/ru/download/help/windows_offline_download.xml#download, де вказано, як можна інсталювати Java автономно.

2.2. Інсталювання Java для Linux.

Примітка: Вам будуть потрібні права суперкористувача (root) для інсталювання цього пакету.

Увага! Перед початком переконайтесь, що **Java** пакет не встановлений. Для цього наберіть у терміналі (аналог командного рядка у середовищі Windows) **java**, якщо з'явиться напис, що команда невідома, тоді у Вас пакет неінстальований.

Інсталювання для Ubuntu:

Зайдіть у **Центр приложений Ubuntu** і у рядку пошуку введіть **Java**. Інсталюйте **OpenJDK Java 6 Runtime**, **Модуль Icedtea Java**, **IcedTea Java 6 Web Start**.

Інсталювання для Red Hat Linux, SUSE Linux:

Детальна інструкція розглянута за посиланням:

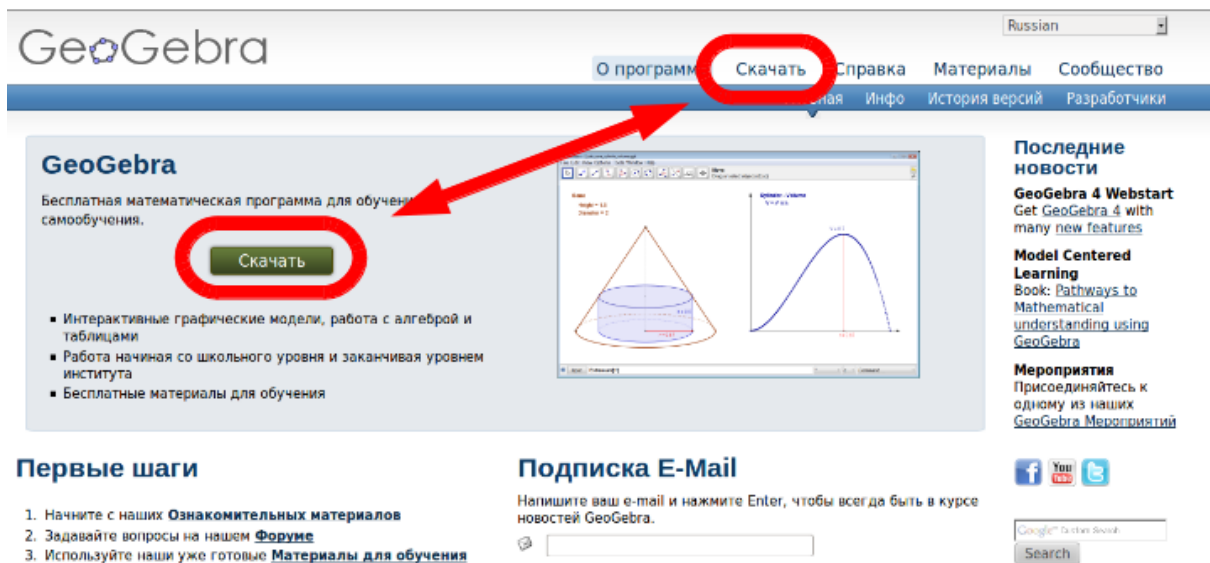
http://www.java.com/ru/download/help/linux_install.xml

Для інших дистрибутивів варто ознайомитись з <http://openjdk.java.net/install/>

2.3. Інсталювання Geogebra.

Для інсталювання **Geogebra** перейдіть на сайт: www.geogebra.org

В меню сайту натисніть кнопку “Скачать”



GeoGebra

О программе **Скачать** Справка Материалы Сообщество

Скачать

Последние новости

GeoGebra 4 Webstart
Get GeoGebra 4 with many new features

Model Centered Learning
Book: Pathways to Mathematical understanding using GeoGebra

Мероприятия
Присоединяйтесь к одному из наших GeoGebra Мероприятий

Первые шаги

1. Начните с наших **Ознакомительных материалов**
2. Задавайте вопросы на нашем **Форуме**
3. Используйте наши уже готовые **Материалы для обучения**

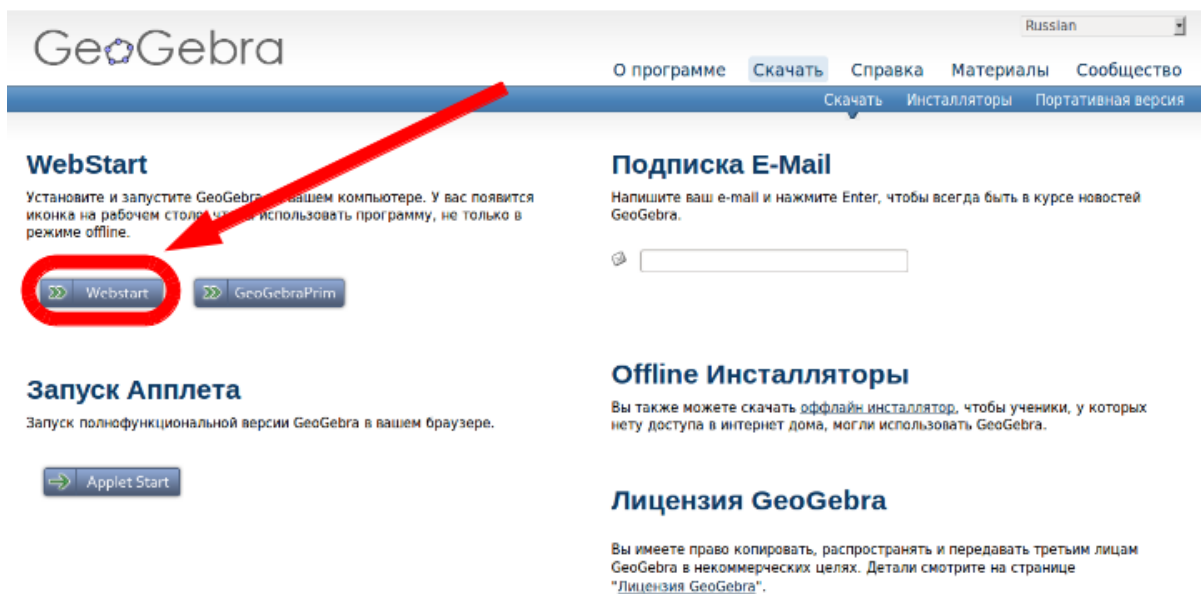
Подписка E-Mail

Напишите ваш e-mail и нажмите Enter, чтобы всегда быть в курсе новостей GeoGebra.

Search

2.3.1. Найлегший спосіб

Цей спосіб буде однаковим для всіх операційних систем: в розділі “Скачать” натисніть на кнопку “Webstart”.



GeoGebra

О программе **Скачать** Справка Материалы Сообщество

Скачать Инсталляторы Портативная версия

WebStart

Установите и запустите GeoGebra на вашем компьютере. У вас появится иконка на рабочем столе, чтобы использовать программу, не только в режиме offline.

Webstart GeoGebraPrim

Подписка E-Mail

Напишите ваш e-mail и нажмите Enter, чтобы всегда быть в курсе новостей GeoGebra.

Offline Инсталляторы

Вы также можете скачать **оффлайн инсталлятор**, чтобы ученики, у которых нету доступа в интернет дома, могли использовать GeoGebra.

Лицензия GeoGebra

Вы имеете право копировать, распространять и передавать третьим лицам GeoGebra в некоммерческих целях. Детали смотрите на странице “Лицензия GeoGebra”.

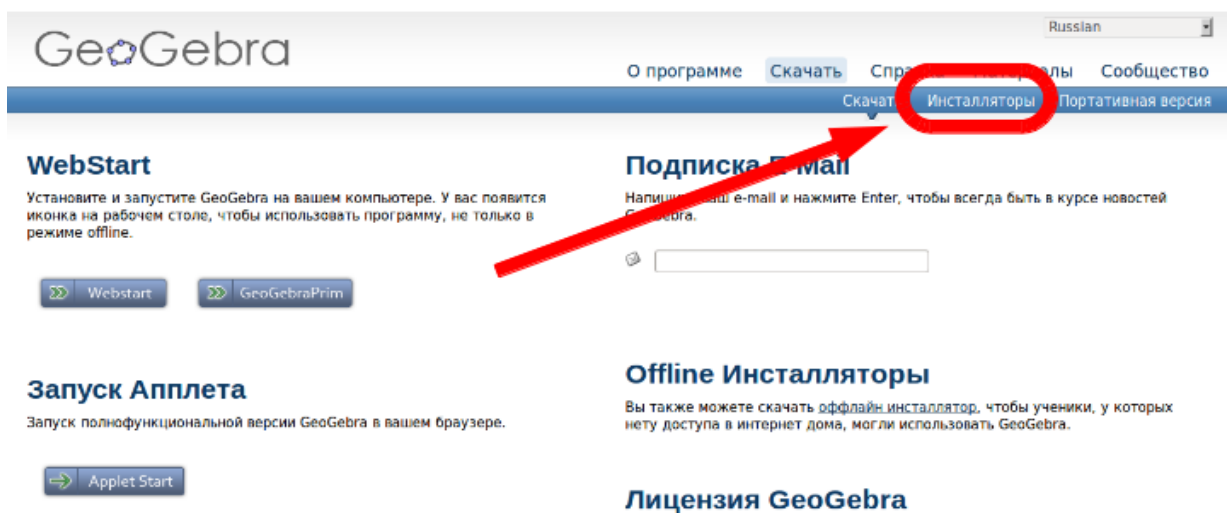
Збережіть завантажений файл та запустіть його через **Java** (зазвичай запуск відбувається подвійним натискуванням лівої клавіші миші або за допомогою клавіші **Enter**). Далі відбудеться скачування потрібних пакетів і запуск програми.

Для першого запуску потрібно, щоб було підключення до мережі Інтернет. На робочому столі буде створено ярлик для запуску програми, у разі якщо його не буде, можна запускати через файл з назвою **geogebra.jnlp** (файл, що був завантажений при натискуванні кнопки “**Webstart**”), при старті буде відбуватися оновлення та запуск.

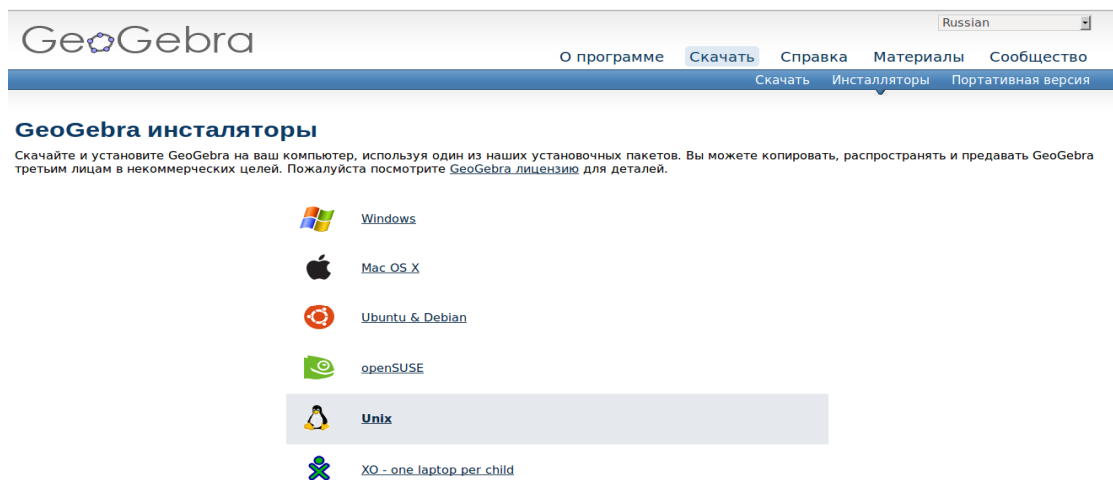
Дана версія працює не тільки в **on-line** режимі, а й в **off-line**.

2.3.2. Традиційний спосіб - індивідуальний для кожної операційної системи.

Тут потрібно перейти до розділу “**Інсталлятори**”, англійською “**Installers**”.



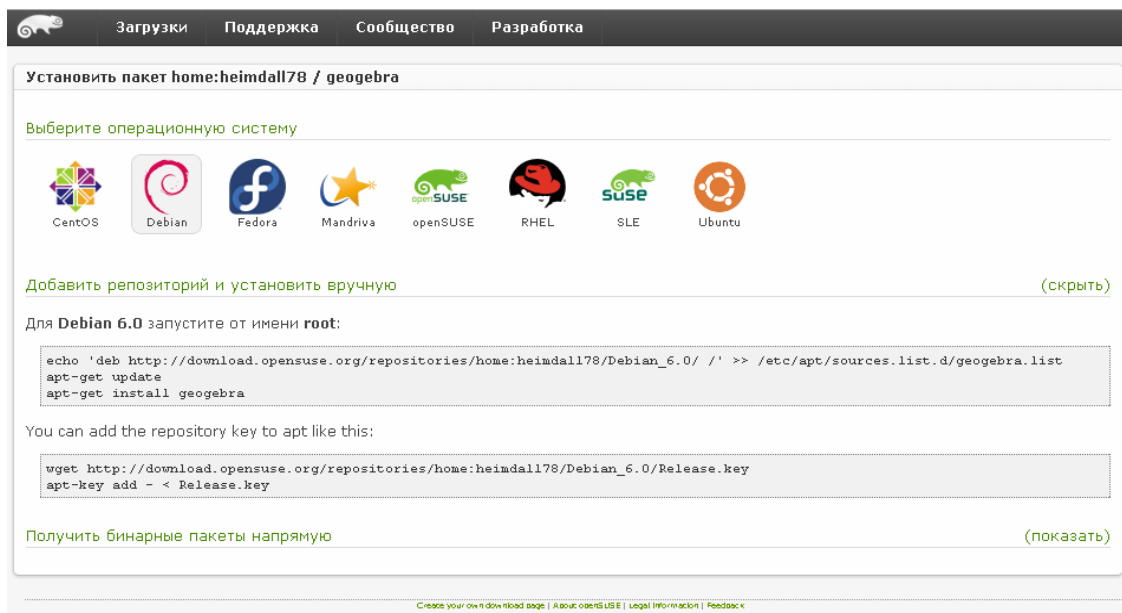
У цьому розділі завантажуйте потрібну версію для операційної системи.



При завантаженні пакету для операційної системи **Windows** Ви отримаєте інсталяційний файл, який достатньо запустити і слідувати інструкції.

При виборі завантаження пакета для операційних систем сімейства **Unix** ви побачите вибір гілки версії. Обравши потрібну гілку, спочатку розгорнеться коротка інструкція зі встановлення пакета. Нижче, при переміщенні у кінець сторінки, відобразиться посилання “**Получить бинарные пакеты напрямую**”, при натисненні на яке розкриється список із запропонованих бінарних пакетів під певну версію вибраної гілки операційної системи сімейства **Unix**.

Ви можете встановити як самостійно з репозиторія, так і з бінарного пакету.



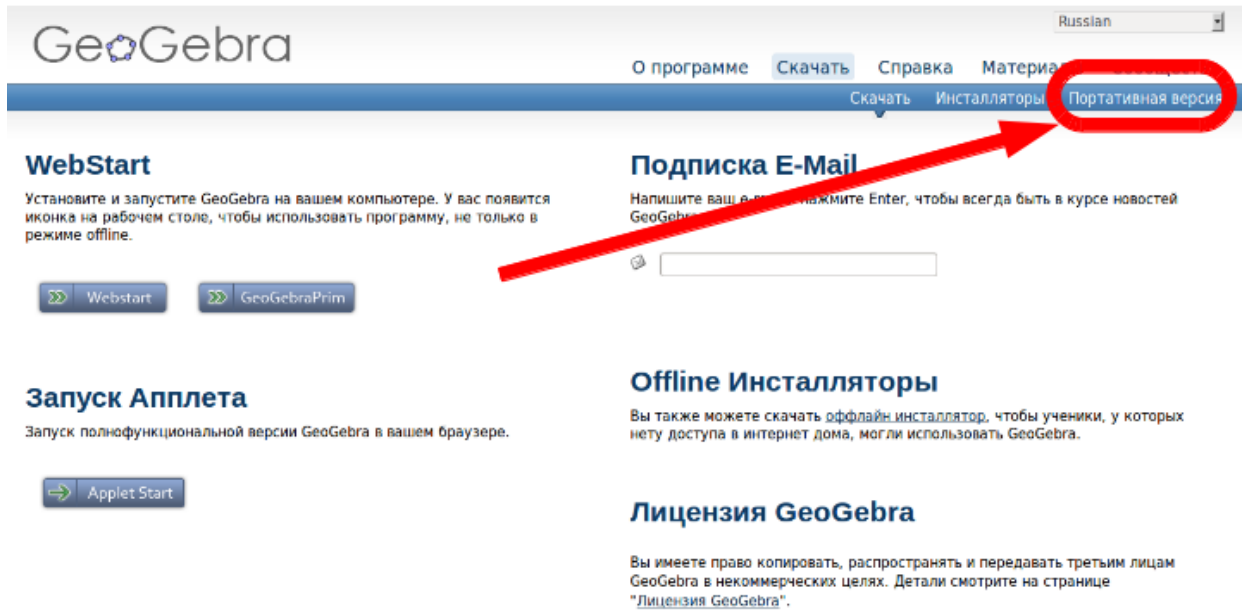
2.3.3. Інсталювання портативної версії.

Для цього способу потрібно буде завантажити різні архіви для кожної операційної системи. Принцип роботи для кожної операційної системи буде приблизно однаковий.

Цей спосіб дуже зручний, якщо Вам часто доводиться працювати на різних комп'ютерах і немає необхідності (або прав адміністратора) в інсталюванні

Д.Долюк, А.Порхун Створення інтерактивних моделей у середовищі Geogebra

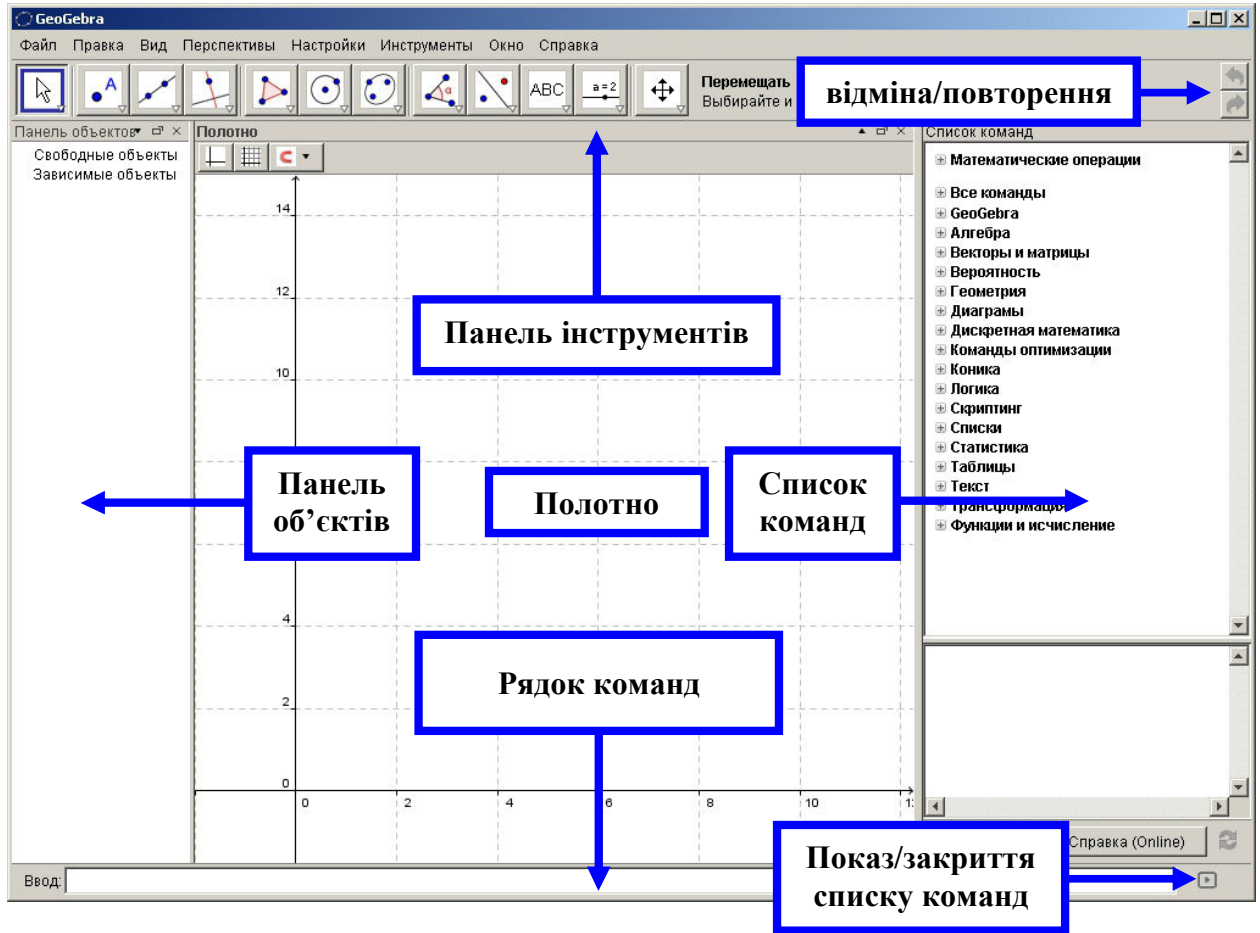
програмного забезпечення на кожен комп'ютер. Крім цього, для даного способу немає необхідності ставити Java пакет. Відкриваємо розділ “**Портативная версия**”.



І завантажуюємо необхідний Вам архів. Можна завантажити всі три, тоді Ви станете незалежним від операційних систем. Розпакуєте архіви і читаєте файли **README.TXT**.

3. Перший запуск. Знайомство з інтерфейсом

Після завершення інсталювання програми запустіть її. У Вас відкриється вікно:



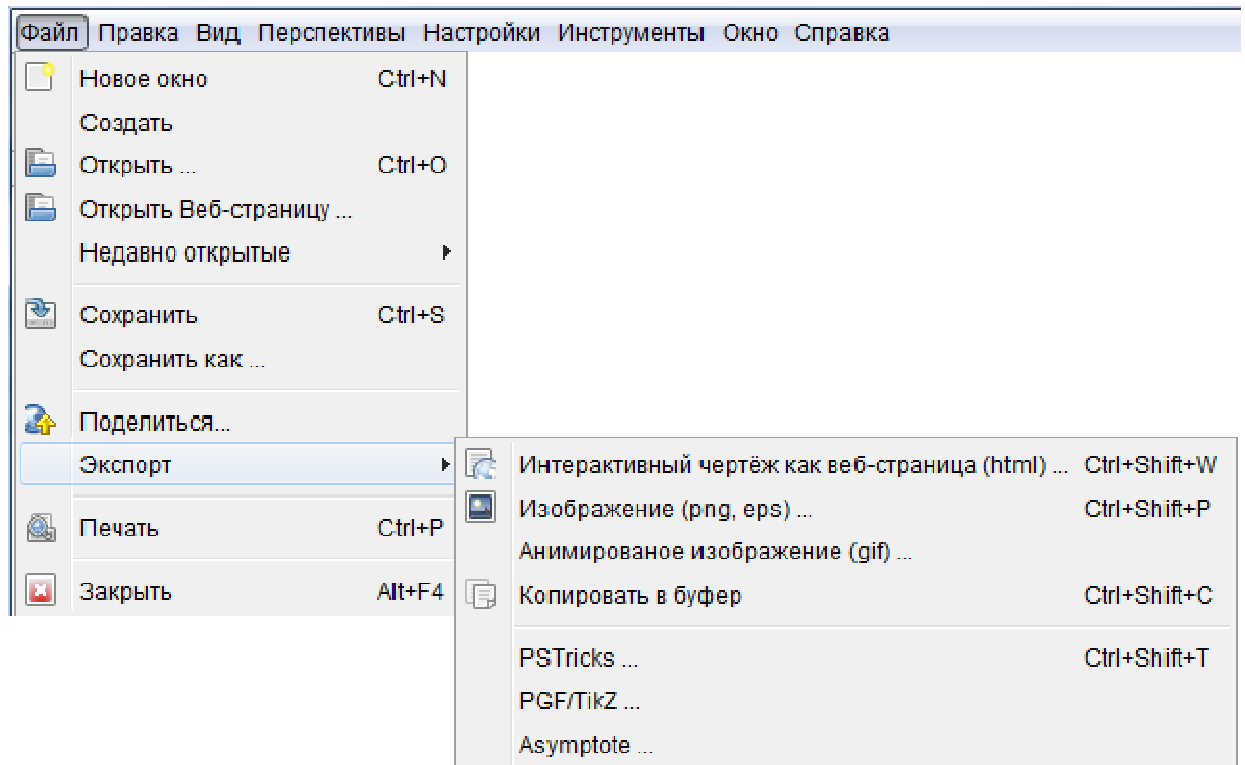
Розберемо призначення кожної області у цьому вікні:

- **Головне меню:** аналогічно до будь-якої програми, виконує усі функції.
- **Панель інструментів:** на ній знаходяться усі потрібні інструменти, які дозволяють виконувати побудову об'єктів за допомогою миші.
- **Відміна/повторення:** дві кнопки, верхня дозволяє відмінити останню дію, нижня – повернути відмінену.
- **Полотно:** основна область, у якій створюються об'єкти.
- **Панель об'єктів:** область, у якій записуються усі об'єкти, створені на полотні (навіть приховані).
- **Рядок команд:** область, яка дозволяє вводити різні команди, форми, рівняння тощо, вони одразу відображаються на панелі об'єктів та полотні.
- **Показ/закриття списку команд:** дозволяє переглянути весь список команд для введення до рядка команд.

4. Можливості головного меню

У цьому розділі ми більш детально ознайомимось із кожним елементом головного меню. Розповімо, для чого він потрібний, як його правильно використовувати.

Пункт “Файл”



4.1. Новое окно (Ctrl+N)

Вибравши цей пункт меню, Ви створите нове вікно програми і зможете працювати у декількох вікнах.

4.2. Создать

Даний пункт меню створює новий документ, закриваючи попередній.

4.3. Открыть... (Ctrl+O)

Цей пункт меню дозволяє відкривати раніше створені документи.

4.4. Открыть Веб-страницу

Якщо Ви зберегли свій документ як Веб-сторінку, то цей пункт меню відкриє її, і Ви зможете продовжити працювати з ним.

4.5. Недавно открытые

Відображає список раніше відкритих чи створених Вами креслень.

4.6. Сохранить (Ctrl+S)

Вибравши цей пункт меню, Ви зможете зберегти створене креслення.

4.7. Сохранить как...

Якщо потрібно зберегти креслення під іншим іменем, то Ви можете скористатись цим пунктом меню.

4.8. Поделиться

Даний пункт меню дозволяє розмістити Вашу роботу на сайті www.geogebraTube.org

4.9. Экспорт

Цей пункт меню дуже корисний для створення рисунків і вставки Ваших креслень в інші документи.

4.9.1. Интерактивный чертёж как веб-страница (html)... (Ctrl +Shift+W)

Дозволяє зберегти креслення як веб-сторінку для подальшого розміщення її у всесвітній мережі.

4.9.2. Изображение (png, eps)... (Ctrl+Shift+P)

Зберігає креслення як зображення, підтримує більшість растрових та векторних форматів.

4.9.3. Анимированое изображение (gif)...

Створює анімований gif-файл.

4.9.4. Копировать в буфер (Ctrl+Shift+C)

Дозволяє скопіювати до буферу обміну (тимчасової пам'яті) креслення для подальшого використання в іншій програмі.

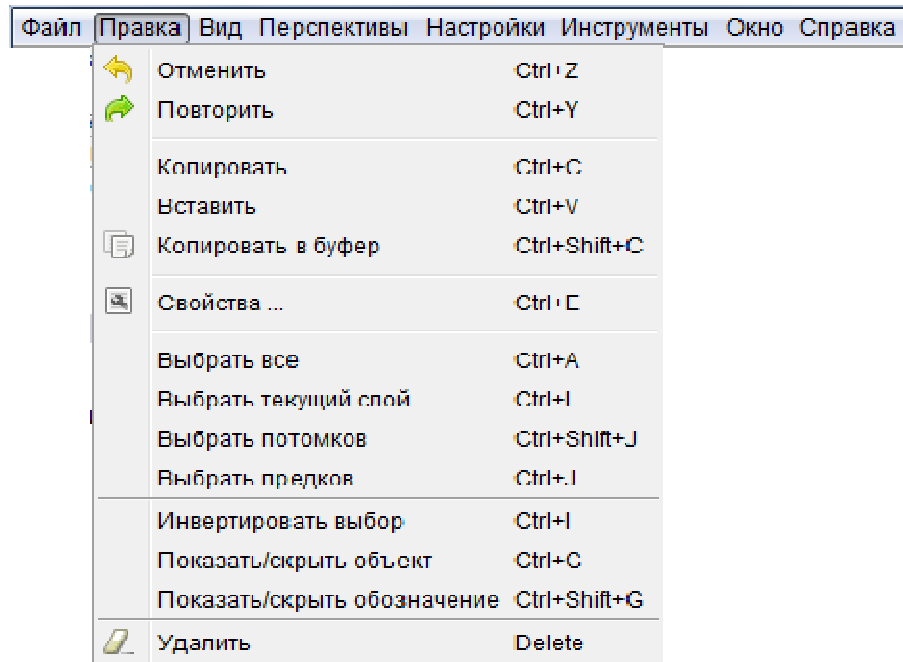
4.10. Печать (Ctrl+P)

Дозволяє вивести документ на друк.

4.11. Закреть (Alt+F4)

Закриває програму.

Пункт “Правка”



4.12 . Отменить (Ctrl+Z)

Відмінює останню дію.

4.13. Повторить (Ctrl+Y)

Повертає відмінену дію.

4.14. Копировать (Ctrl+C)

Копіює виділений об'єкт для подальшого його перенесення до іншого документу або об'єкту.

4.15. Вставить (Ctrl+V)

Дозволяє вставити раніше скопійований об'єкт.

4.16. Копировать в буфер обмена (Ctrl+Shift+C)

Копіює до буферу обміну для подальшого використання в інших програмах.

4.17. Свойства (Ctrl+E)

Відображає властивості виділеного об'єкту.

4.18. Выбрать всё (Ctrl+A)

Виділяє всі створені об'єкти.

4.19. Выбрать текущий слой (Ctrl+L)

Виділяє поточний шар.

4.20. Выбрать потомков (Ctrl+Shift+J)

Виділяє об'єкти, залежні від поточного.

4.21. Выбрать предков (Ctrl+J)

Виділяє об'єкти, від яких залежить поточний.

4.22. Инвертировать выбор (Ctrl+I)

Виділяє об'єкти, які не виділені на даний момент, і знімає виділення з вибраних.

4.23. Показать/скрыть объект (Ctrl+G)

Відповідає за відображення об'єктів на полотні.

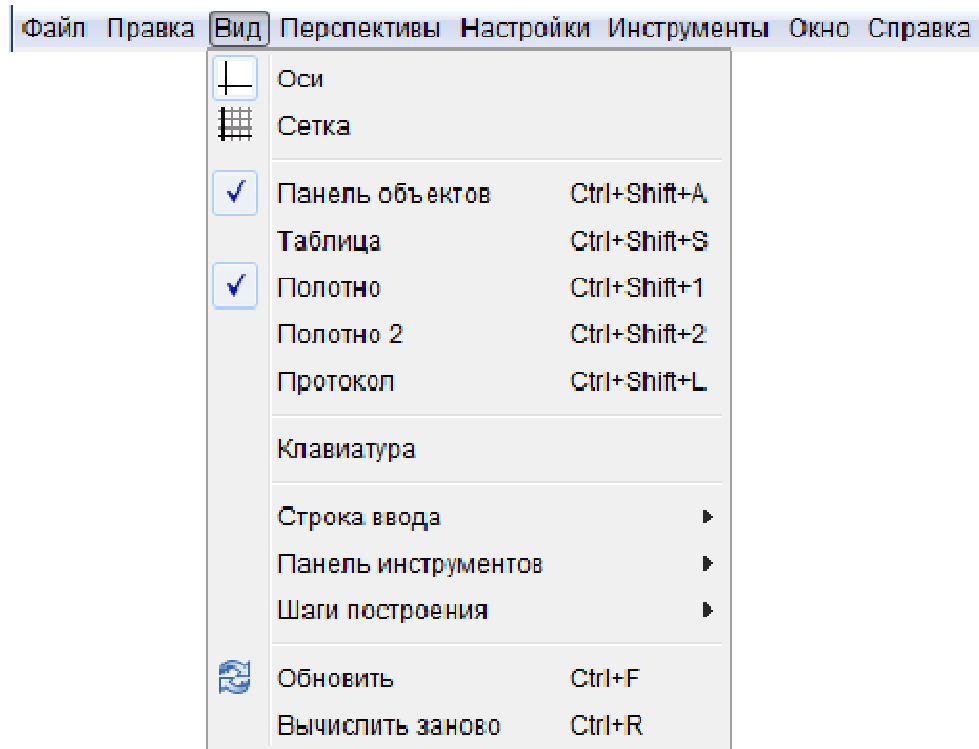
4.24. Показать/скрыть обозначение (Ctrl+Shift+G)

Відповідає за відображення позначень об'єктів на полотні.

4.25. Удалить (Delete)

Видаляє об'єкт.

Пункт “Вид”



4.26. Оси

Відображає чи приховує вісі координат.

4.27. Сетка

Відображає чи приховує координатну сітку.

4.28. Панель объектов (Ctrl+Shift+A)

Відображає чи приховує панель об'єктів.

4.29. Таблица (Ctrl+Shift+S)

Відображає чи приховує таблицю.

4.30. Полотно (Ctrl+Shift+1)

Відображає чи приховує полотно.

4.31. Полотно 2 (Ctrl+Shift+2)

Відкриває чи приховує додаткове поле.

4.32. Протокол (Ctrl+Shift+L)

Відображає чи приховує таблицю кроків побудови.

4.33. Клавіатура

Відкриває віртуальну клавіатуру.

4.34. Строка ввода

Налаштування відображення рядка введення.

4.35. Панель инструментов

Налаштування відображення панелі інструментів.

4.36. Шаги построения

Налаштування відображення кроків побудови.

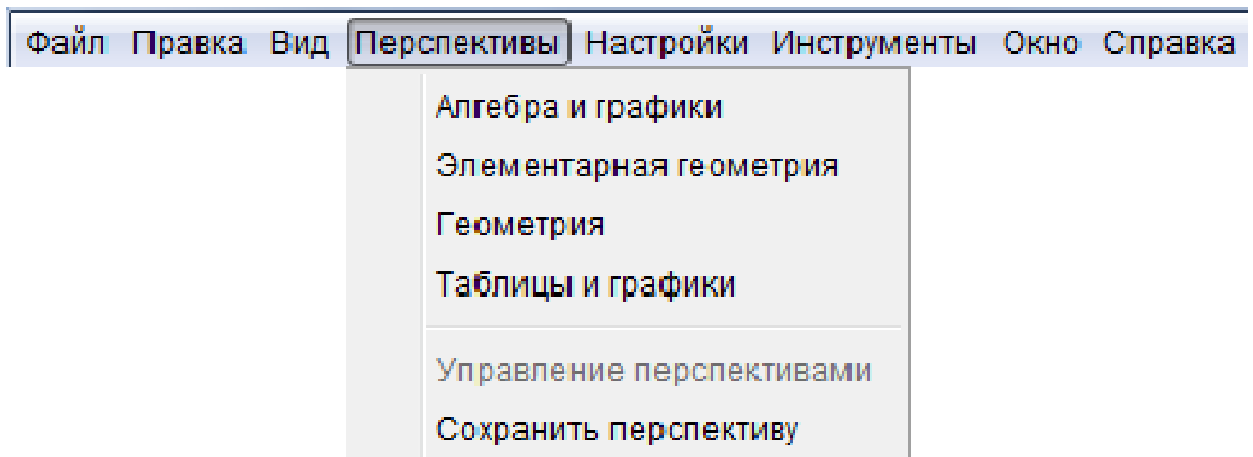
4.37. Обновить (Ctrl+F)

Оновлення графічної побудови, оновлює рисунки, прибираючи усі сліди.

4.38. Вычислить заново (Ctrl+R)

Повторно проводить усі розрахунки.

Пункт “Перспективы”



Даний розділ головного меню повністю змінює зовнішній вигляд програми.

4.39. Алгебра и графика

Це стандартний вигляд, коли у Вас відображається стандартна панель інструментів, об'єктів та полотно.

4.40. Элементарная геометрия

Цей вид відображає спрощений варіант панелі інструментів та полотна для даного розділу геометрії.

4.41. Геометрия

Відображає панель інструментів, сітку та полотно.

4.42. Таблицы и графики

Відображає таблицю для статичного і математичного аналізу та полотно.

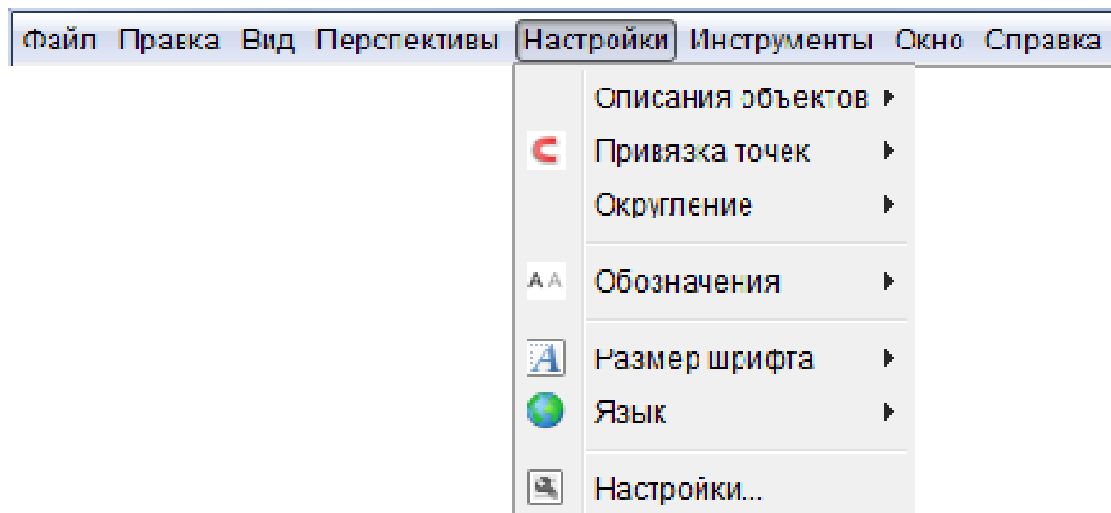
4.43. Управление перспективами

Дозволяє редагувати створені Вами перспективи.

4.44. Сохранить перспективу

Будь-яку перспективу можна змінити на більш зручнішу для Вас. Після змін її можна зберегти для більш зручного використання.

Пункт “Настройки”



4.45. Описания объектов

Змінюючи значення цього меню, Ви отримаєте різне відображення позначень на панелі об'єктів.

4.46. Привязка точек

Відповідає за прив'язку точок на полотні.

4.47. Округление

Задає параметри округлення числа.

4.48. Обозначения

Зміна параметрів виведення позначень.

4.49. Размер шрифта

Зміна розміру шрифту. При цьому шрифт зміниться в усій програмі.

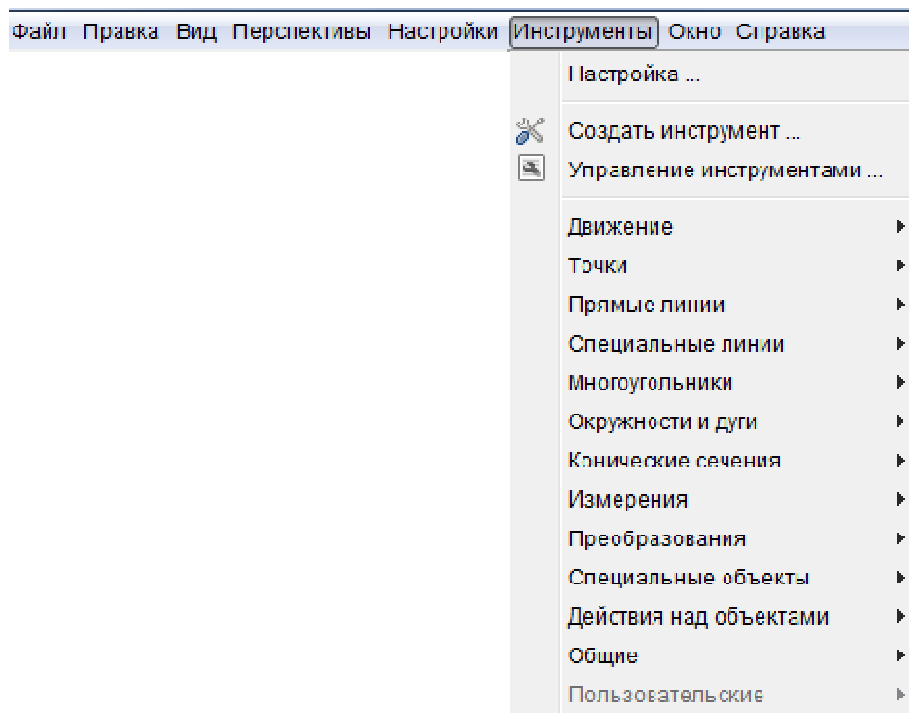
4.50. Язык

Вибір потрібної мови.

4.51. Настройки

Відкриває вікно налаштування. У налаштуваннях Ви можете змінити значення по замовчуванню.

Пункт “Инструменты”



Цей розділ головного меню дає повний доступ до інструментів GeoGebra.

4.52. Настройка

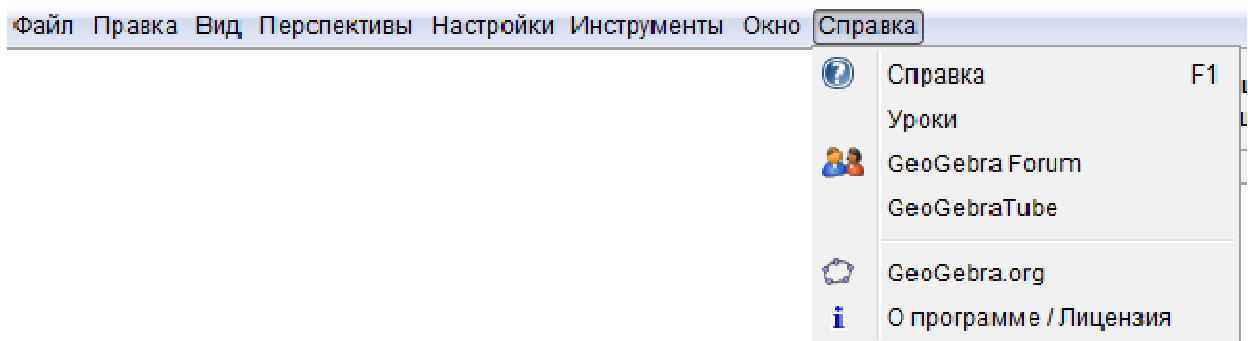
Даний пункт меню дозволяє налаштувати зовнішній вигляд панелі інструментів.

4.53. Создать инструмент

4.54. Управление инструментами

Ці два пункти необхідні до створення і налаштування власних інструментів.

Пункт “Справка”



4.55. Справка

Відображає документацію по користуванню програмою GeoGebra на офіційному сайті. Для 4 версії програми англійською мовою.

4.56. Уроки

Коротка інформація про програму та огляд основних можливостей.

4.57. GeoGebra Forum

Перехід на форум користувачів і розробників GeoGebra.

4.58. GeoGebraTube

Перехід до розділу матеріалів (аплетів), створених у програмі GeoGebra.

4.59. GeoGebra.org

Перехід на офіційний сайт.

4.60. О программе/Лицензия

Інформацій про програму та ліцензійна угода.




5. Панель інструментів. Опис функцій









Панель інструментів дублює розділ "Инструменты" головного меню та необхідна для більш швидкого доступу до основних інструментів побудови у програмі.

За допомогою панелі інструментів більшу частину обрахунків та побудов можна провести за допомогою миші, що робить можливим використання програми разом з інтерактивною дошкою.








Переміщення

	<p>1. Перемещать</p> <p>Виберіть цей інструмент та будь-який об'єкт на полі. Затиснувши об'єкт лівою кнопкою миші, Ви зможете перетягувати його по полотну.</p>
	<p>2. Вращение относительно точки</p> <p>Вибравши цей інструмент, Вам потрібно буде вказати точку і обрати ще одну, котра буде повертатися навколо заданої по радіусу.</p>
	<p>3. Запись в таблицу</p> <p>Цей інструмент дозволяє вносити зміни координат у таблицю. Виберіть будь-яку точку на полотні і переміщуйте її. Всі координати будуть вноситись у таблицю.</p>








Точки


	<p>1. Точка</p> <p>Даний елемент дозволяє поставити точку в будь-якому місці. При цьому, якщо Ви ставите точку на об'єкт, то вона автоматично прив'язується до нього. Якщо Ви поставите точку на сторону багатокутника, то вона буде автоматично прив'язана тільки до даної сторони.</p>
	<p>2. Точка на об'єкті</p> <p>Цим елементом можна поставити точку у будь-кому місці внутрішньої області об'єкта. Крім того, якщо Ви поставите точку на сторону багатокутника, то вона буде прив'язана до всіх його сторін.</p>
	<p>3. Прикріпить / Снять точку</p> <p>Цей інструмент дозволяє зняти точку з об'єкту або закріпити вільну точку.</p>
	<p>4. Пересечение двух объектов</p> <p>Цей інструмент дозволяє відмітити всі точки перетину двох об'єктів. Якщо Ви хочете відмітити точку перетину, потрібно клацнути в місці їх перетину.</p>
	<p>5. Середина или центр</p> <p>Відмічає середину відрізка, центр кола чи коники.</p>
	<p>6. Комплексное число</p> <p>Додає комплексну точку в якості координат.</p>

Прямі лінії





	<p>1. Прямая по двум точкам</p> <p>Даний елемент дозволяє побудувати пряму, що проходить через дві точки. В якості точок можуть бути використані вже існуючі або нові, вказані після вибору цього інструменту.</p>
	<p>2. Отрезок по двум точкам</p> <p>Інструмент аналогічний попередньому, тільки буде відрізок з кінцями у двох точках.</p>
	<p>3. Отрезок заданной длины</p> <p>Будує відрізок вказаної довжини, що починається у відміченій точці. Відрізок буде розташований горизонтально.</p>
	<p>4. Луч по двум точкам</p> <p>Будує промінь, що починається в першій обраній точці і проходить через другу.</p>
	<p>5. Ломаная</p> <p>Будує ламану, що проходить через декілька точок. Точки можна побудувати самим інструментом чи вибрати вже побудовані.</p>
	<p>6. Вектор по двум точкам</p> <p>Будує вектор, що починається у першій точці і закінчується у другій.</p>
	<p>7. Отложить вектор</p> <p>Дозволяє відкласти вектор від точки. Для цього мають бути побудовані довільні точка і вектор.</p>

Спеціальні лінії










	<p>1. Перпендикулярная прямая</p> <p>Інструмент, який будує пряму, перпендикулярну до заданої. Для побудови потрібно вибрати точку, через яку цей перпендикуляр буде проходити.</p>
	<p>2. Параллельная прямая</p> <p>Даний інструмент дозволяє через точку, котра не лежить на даній прямій, побудувати пряму, паралельну даній.</p>
	<p>3. Срединный перпендикуляр</p> <p>Встановлює середній перпендикуляр до відрізка.</p>
	<p>4. Биссектриса угла</p> <p>Будує бісектрису заданого кута.</p>
	<p>5. Касательная</p> <p>Будує усі можливі дотичні до кривих. Для цього потрібно вибрати точку, через яку буде проходити дотична.</p>
	<p>6. Поляра и диаметр</p> <p>Якщо вибрати точку та коло, то даний інструмент побудує поляру. Якщо вибрати пряму та коло, то даний інструмент побудує сполучений діаметр.</p>
	<p>7. Аппроксимация</p> <p>Апроксимація - наближене вираження одних математичних об'єктів іншими, простішими, наприклад, криві лінії - ламаними, ірраціональні числа - раціональними, неперервні функції - многочленами.</p> <p>Побудова прямих ліній через набір точок. Для виділення точок можна затиснути ліву кнопку миші і виділити діапазон чи затиснути Ctrl та вибирати по 1 точці.</p>

	<p>8. Локус</p> <p>Якщо у Вас на кресленні є дві залежні точки, такі, що при зміні однієї інша буде змінюватись, то локус може відобразити лінії, якими рухаються залежні об'єкти.</p> <p>Для використання цього інструменту виберіть залежну точку, виберіть шукану точку.</p>
---	--





Багатокутник

	<p>1. Многоугольник</p> <p>Побудова фігури, вершинами якої є певні точки. <i>Останню точку фігури необхідно сполучити з першою.</i></p>
	<p>Правильный многоугольник</p> <p>Даний інструмент будує правильний багатокутник за двома точками. Ці точки задають положення та довжину сторони. Далі вводиться кількість сторін.</p>
	<p>Жёсткий многоугольник</p> <p>Побудова аналогічна побудові багатокутника. Але даний багатокутник можна тільки переміщувати чи повертати, не можна міняти одну з його вершин окремо від інших.</p>
	<p>Векторный многоугольник</p> <p>У векторному багатокутнику перша точка задається довільно, інші точки визначаються у відповідності до цієї точки.</p>




Кола та дуги




	<p>1. Окружность по центру и точке</p> <p>Даний інструмент дозволяє побудувати коло за двома точками. Необхідно вибрати першу точку, вона буде центром, та точку на колі.</p>
	<p>2. Окружность по центру и радиусу</p> <p>Цей інструмент будує коло за центром та радіусом. Для цього необхідно вказати точку і ввести радіус з клавіатури.</p>
	<p>3. Циркуль</p> <p>При виборі цього інструменту Вам необхідно буде вказати відрізок (чи 2 точки), який буде радіусом кола, та вибрати центр.</p>
	<p>4. Окружность по трём точкам</p> <p>Вкажіть три точки на полотні, через які має проходити коло.</p>
	<p>5. Полуокружность по двум точкам</p> <p>Необхідно вказати дві точки, які будуть кінцями діаметра півкола.</p>
	<p>6. Дуга по центру и двум точкам</p> <p>Будує дугу кола. Спочатку потрібно вказати центр кола, а потім початок та кінець дуги.</p>
	<p>7. Дуга по трём точкам</p> <p>Необхідно вказати три точки кола. При цьому перша має вказувати початок, а третя кінець дуги.</p>
	<p>8. Сектор по центру и двум точкам</p> <p>Інструмент, аналогічний інструменту "Дуга по центру и двум точкам", тільки будує сектор.</p>
	<p>9. Сектор по трём точкам</p> <p>Інструмент, аналогічний інструменту "Дуга по трём точкам", тільки будує сектор.</p>

Конічні перетини







	<p>1. Эллипс</p> <p>Даний інструмент будує еліпс. Вкажіть дві точки, які будуть фокусами еліпса, і точку на самій лінії.</p>
	<p>2. Гипербола</p> <p>Гіпербола будується аналогічно еліпсу. Спочатку вказуються фокуси, а потім точки на самій гіперболі.</p>
	<p>3. Парабола</p> <p>Необхідно вказати точку і директрису параболи.</p>
	<p>4. Коника по пяти точкам</p> <p>П'ять точок однозначно визначають криву другого порядку. Можна вказати 5 точок лінії і програма сама побудує автоматично параболу, гіперболу чи еліпс.</p>

Вимірювання







	<p>1. Угол</p> <p>Кут будується на трьох точках. Він по замовчуванню задається проти годинникової стрілки.</p>
	<p>2. Угол заданной величины</p> <p>Задавши дві точки кута, Вам буде запропоновано ввести його величину.</p>
	<p>3. Расстояние или длина</p> <p>Виводить на экран довжину лінії.</p>

	<p>4. Площадь Виводить на экран площу фігури.</p>
	<p>5. Наклон прямой Виводить на экран нахил прямої у точці.</p>
	<p>6. Создать список Створює список з виділених об'єктів.</p>


Перетворення




	<p>1. Отражения относительно прямой Виберіть на кресленні об'єкт і пряму. Ви отримаєте образ Вашого об'єкта при симетрії відносно прямої. Змінювати образ не можна, але, змінюючи прообраз, він буде змінювати автоматично.</p>
	<p>2. Отражения относительно точки Потрібно вибрати на кресленні об'єкт і точку.</p>
	<p>3. Отражение относительно окружности Необхідно вибрати на кресленні об'єкт і коло.</p>
	<p>4. Поворот вокруг точки на угол Вибравши об'єкт, його можна повернути на введений з клавіатури кут відносно деякої точки.</p>
	<p>5. Параллельный перенос по вектору Виберіть об'єкт і вектор, на який буде здійснено перенесення.</p>
	<p>6. Гомотетия относительно точки Необхідно вибрати об'єкт, точку, яка буде центром гомотетії, і ввести з клавіатури коефіцієнт гомотетії.</p>

Спеціальні об'єкти






	1. Надпись Виведення тексту на полотні.
	2. Вставить изображение Додає графічне зображення. Необхідно вказати ліву нижню точку зображення і вибрати потрібний файл. Підтримує формати: bmp, jpg, png, gif и tif.
	3. Карандаш Малює на полотні. Просто затискаєте ліву кнопку миші та переміщаєте її. Не варто зафарбовувати пропуски вручну, після того, як Ви відпустите ліву кнопку миші, вони автоматично зникнуть.
	4. Отношения объектов Виводить у спливаючому вікні інформацію про відношення двох фігур: їх ідентичність та приналежність.
	5. Калькулятор вероятностей Відкриває додаткове вікно для обчислення ймовірностей.
	6. Исследователь функций Виводить у додатковому вікні інформацію про функції: точки максимуму та мінімуму, корінь тощо.



Дії над об'єктами

	1. Ползунок Додає на полотно повзунок - точка на горизонтальному відрізку, яка може змінювати своє значення.
---	--

	2. Флажок отображения/скрытия объектов Додає на полотно прапорець, який відповідає за видимість об'єктів на полотні.
	3. Кнопка Додає на полотно програмовану кнопку.
	4. Окно ввода Додання на полотно вікна введення числового значення.

Загальні




	1. Переместить чертёж Даний інструмент дозволяє змінити видиму частину полотна за рахунок зміщення оглядової області за допомогою курсора миші.
	2. Увеличить
	3. Уменьшить Ці два інструменти змінюють масштаб полотна. Крім цього, масштаб можна змінювати колесом миші.
	3. Показать/скрыть объект Дозволяє змінювати видимість вибраного об'єкта. Необхідно вибрати об'єкти, які треба приховати. Після завершення необхідно змінити інструмент на будь-який інший – поки діє цей об'єкти, будуть зникати.
	4. Показать/скрыть обозначения Дозволяє змінити видимість позначення вибраного об'єкта.

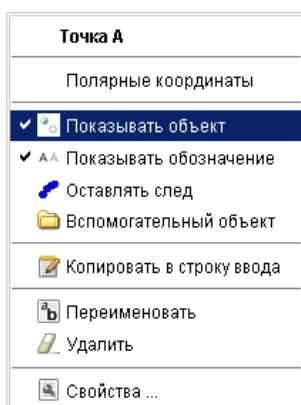
	<p>5. Копировать стиль</p> <p>Дозволяє застосувати стиль відображення об'єкта (колір, товщину тощо) на інші об'єкти. Необхідно вибрати спочатку об'єкт, стиль якого Ви будете копіювати, а потім об'єкти, на які будете копіювати цей стиль. Для відміни стилю, натисніть на перший об'єкт вдруге.</p>
	<p>6. Удалить объект</p> <p>Видаляє об'єкти при натисненні на них лівої кнопки миші.</p>

6. Найпростіші прийоми створення інтерактивних моделей.

Завдання 1.

- Намалювати пряму, що проходить через дві точки.
- Приховати задані точки.
- Змінити властивості точки (**Основные, Цвет, Стил**).
- Змінити назву точки. Назви з індексами

	<p>Малювання прямої, що проходить через дві точки</p> <p>На панелі інструментів вибираємо інструмент “Точка” та за допомогою нього створюємо на полотні дві точки. Зверніть увагу, вони автоматично отримують імена А та В.</p>
	<p>Вибираємо інструмент ”Прямая по двум точкам”. Треба вказати точки, через які вона пройде, тобто клацнути на одній точці, потім на іншій.</p>
	<p>Отримали пряму, побудовану на двох точках А та В.</p>
	<p>Порада: після створення нового об’єкта, активуйте інструмент “Перемещать” для того, щоб випадково не побудувати на полотні нової прямої, а також, щоб мати можливість змінювати положення точок на координатній площині.</p>
	<p>Приховування об’єктів на прикладі точки</p> <p>Зверніть увагу, навіть якщо на прямій не потрібно відмічати точки для того, щоб мати можливість її побудувати, точки мають бути. Потім, за необхідності, їх можна приховати.</p> <p>Є декілька способів приховати об’єкт. Найпростіший - клацнути правою клавішею миші на об’єкті та у контекстному меню, що відкрилося, прибрати галочку біля пункту “Показать объект”.</p>



Другий спосіб - використати **панель об'єктів**.

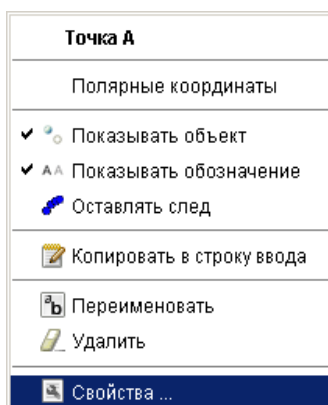
Нагадаємо, що вона розташована у лівій частині вікна. Якщо панель не відображається, то потрібно через меню зверху **Вид--Панель об'єктів** її активувати (поставити галочку у відповідному рядку).

У списку об'єктів вибрати точку та клацнути лівою кнопкою миші на ній. Ще один клік повертає відображення на полотно.

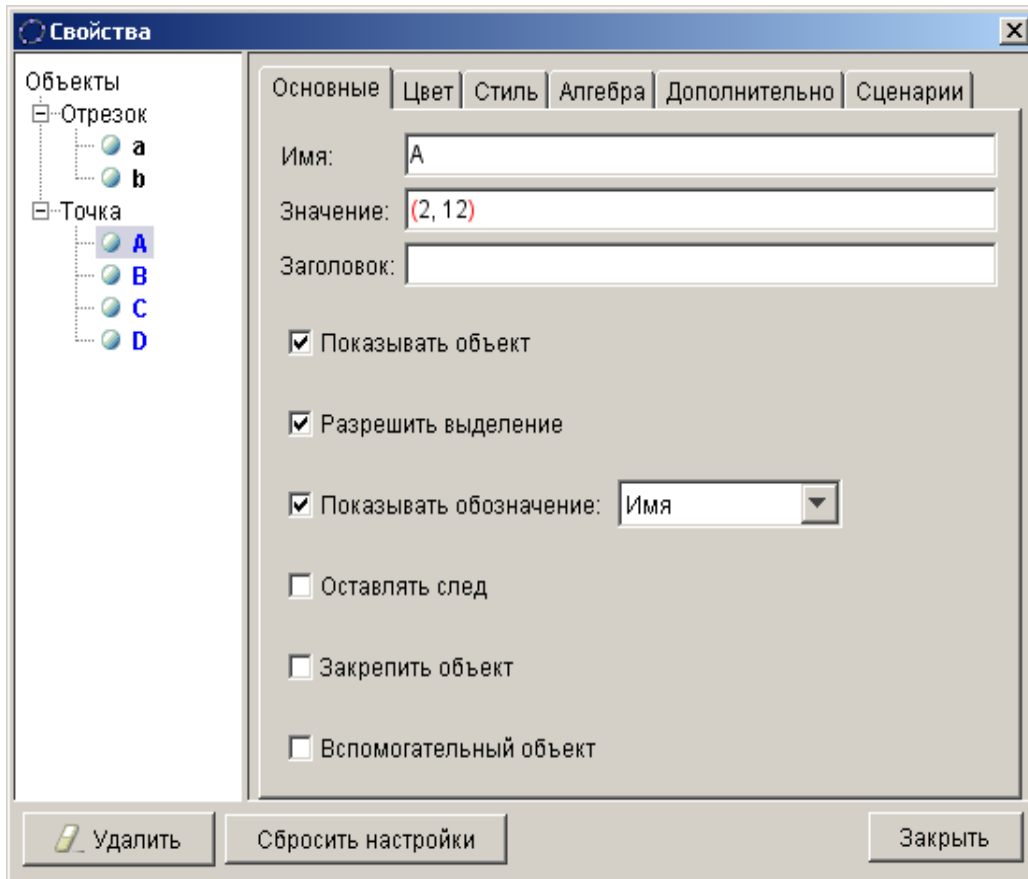
Спробуйте приховати точку А та знову її відобразити.

Зміна властивостей об'єкта на прикладі точки

За допомогою інструмента “**Перемещать**”, активуємо на полотні або **панелі об'єктів** потрібну точку та клацаємо праву кнопку миші. Перед нами з'явиться контекстне меню, де потрібно вибрати “**Свойства**”



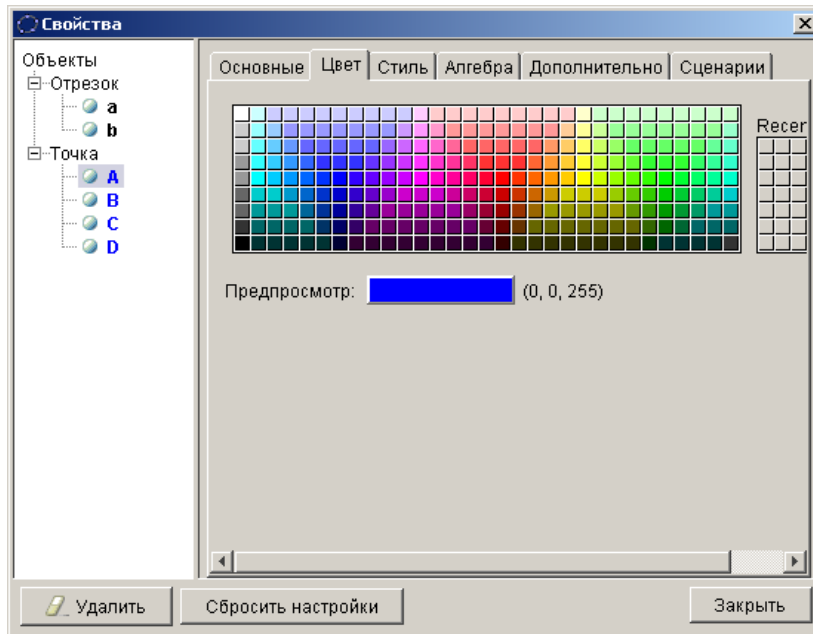
Перед нами з'явиться вікно налаштування, котре має вигляд:



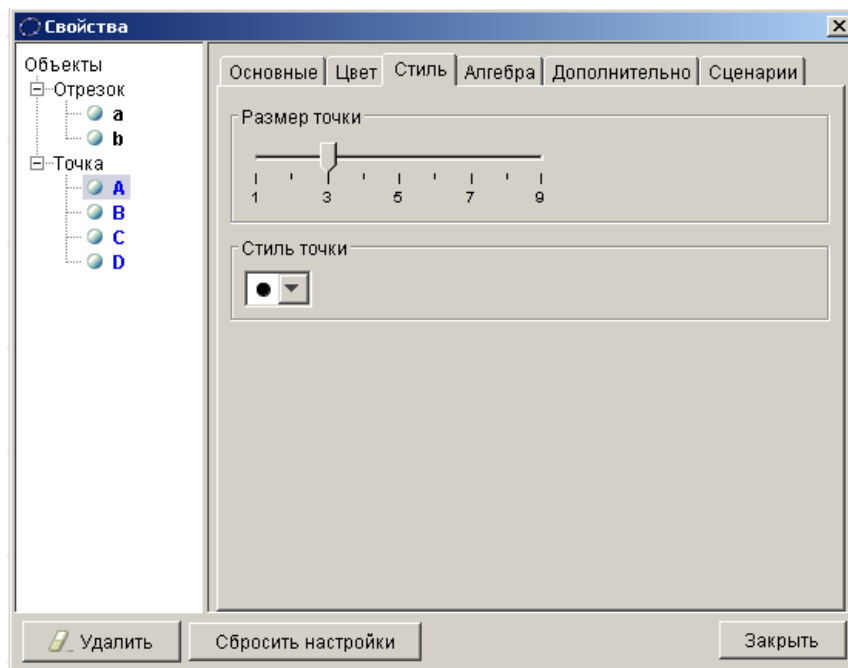
Зупинимось докладніше на 3-х вкладках, а саме (**Основные, Цвет, Стиль**).

Вкладка **Основные** є інтуїтивно зрозумілою, надає можливість відобразити чи приховувати об'єкт на полотні, виділяти точку (можливість робити активною) чи не виділяти лише на полотні, показувати значення, а саме відобразити ім'я / ім'я та значення / значення / заголовок. Надає можливість при зміні положення точки залишати слід, фіксувати об'єкт без можливості зміни положення та робить допоміжним об'єктом.

Вкладка **Цвет** надає можливість змінювати колір об'єкта.



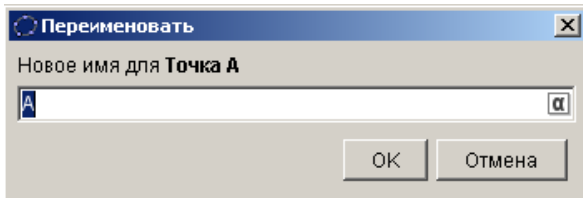
Вкладка **Стиль** надає можливість задати розмір точки та вибрати її візуальне оформлення.



Спробуйте зробити точку В великим хрестиком червоного кольору. Зверніть увагу, при зміні кольору точки, її назва стає такого ж кольору.

Зміна назви об'єкта на прикладі точки

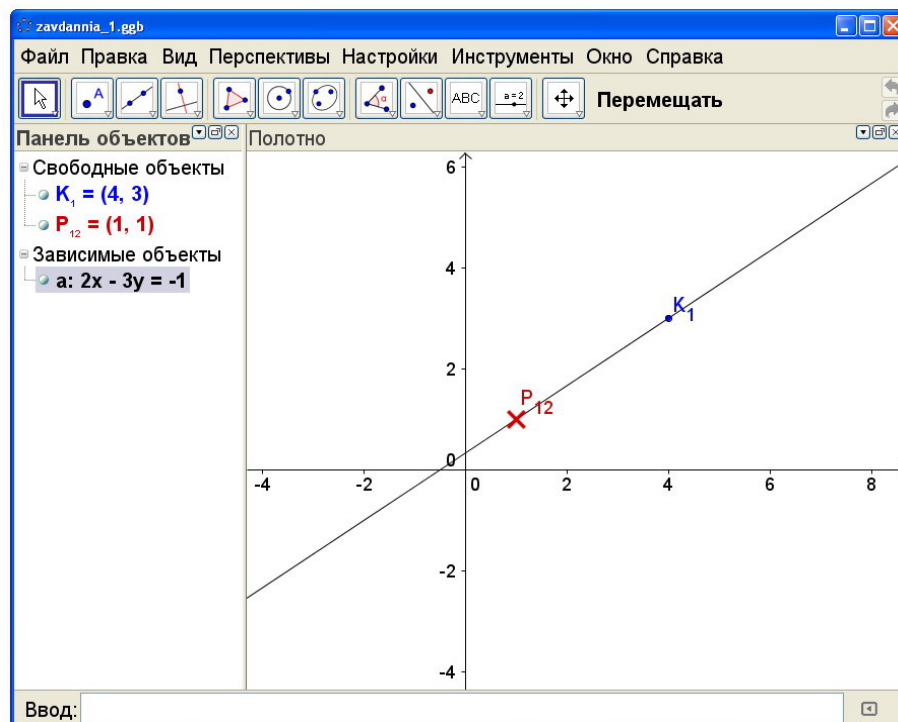
Для зміни назви точки потрібно зробити її активною та за допомогою правої клавіші миші викликати контекстне меню; перейти до пункту “Переименовать”, у вікні, що відкрилося, ввести нову назву та натиснути кнопку **ОК**.



Якщо Ви змінили назву точки на таку, що вже є на полотні, то ніякого конфлікту не відбудеться - інша точка автоматично змінить своє ім'я: до неї додається індексний номер, наприклад A_1 .

До речі, можна **вводити ім'я з індексами**, наприклад, щоб об'єкт називався K_1 , треба ввести K_1 . Якщо індекс складається з декількох символів, наприклад, $F_{тр}$, треба ввести $F_{\{тр\}}$.





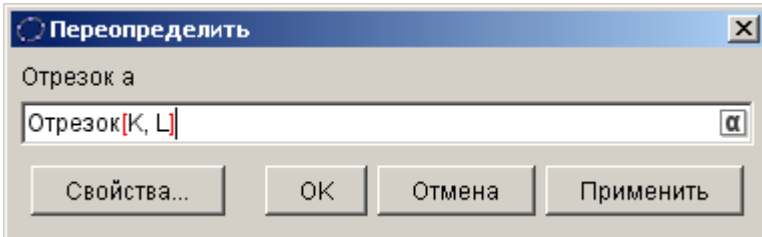
Змініть назви точок А і В на K_1 і P_{12} відповідно.

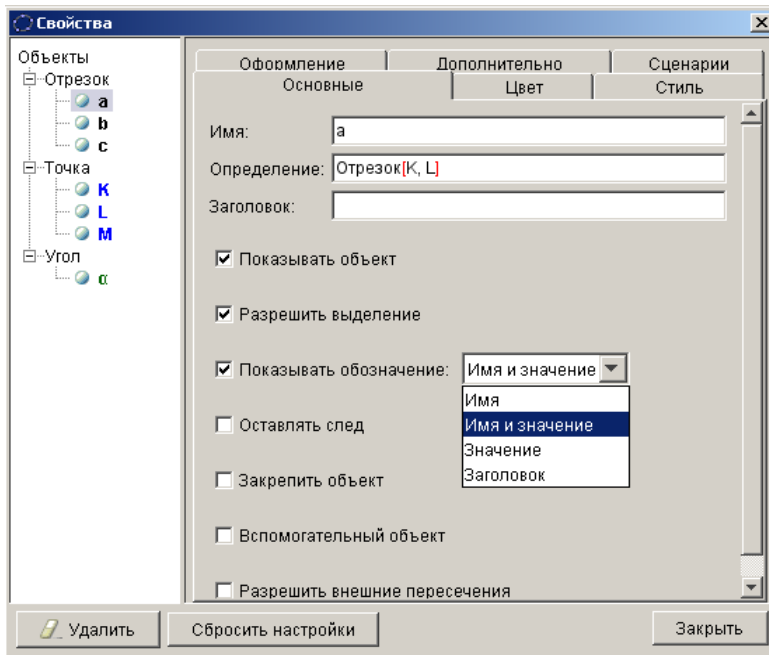


Збережіть креслення стандартним чином: **Файл / Сохранить как**.

Завдання 2. Трикутник

- Намалювати трикутник **KLM** по трьох точках.
- Відмітити кут **KLM**.
- Показати довжину сторони трикутника.
- Змінити положення його вершин.
- Закріпити положення будь-якої вершини.

	<p>Намалювати трикутник KLM по трьох точках.</p> <p>На панелі інструментів вибираємо інструмент "Точка" та на полотні відкладаємо три точки A, B, C. Використовуючи знання, набуті з завдання 1, змінюємо назви точок на K, L та M відповідно.</p>
	<p>Вибираємо інструмент "Отрезок по двум точкам" і послідовно з'єднуємо точки K і L, L і M, M і K. Має утворитися трикутник.</p>
	<p>Відмітити кут KLM.</p> <p>Вибираємо інструмент "Угол" і послідовно відмічаємо точки K, L, M.</p>
	<p>Показати довжину сторони трикутника.</p> <p>Для того, щоб показати довжину сторони трикутника, можна використати декілька способів:</p>
	<p>1 Вибрати інструмент "Расстояние или длина" та клацнути лівою кнопкою миші на будь-якому відрізку.</p> <p>2 Клацнути двічі лівою кнопкою миші на будь-якому відрізку, з'явиться вікно:</p> <div data-bbox="295 1657 1061 1892"></div> <p>де потрібно натиснути кнопку Свойства,</p>



активувати чекбокс **Показывать обозначение** (поставити галочку); у випадаючому списку вибрати, що потрібно відобразити, в даному випадку, наприклад, **Значение**.

Спробуйте обидва способи, запам'ятайте більш легкий для Вас.

Зміна положення вершин та всього креслення

Для визначення, чи являється трикутник статичним, достатньо вибрати інструмент **“Перемещать”** (пригадайте, як він виглядає) і спробувати потягнути будь-яку точку. Якщо точки змінюють своє положення на полотні, тоді логічно зробити висновок, що трикутник динамічний.



Зверніть увагу, є ще один інструмент **“Перемещать чертеж”**, який перетягує всі об'єкти на полотні.

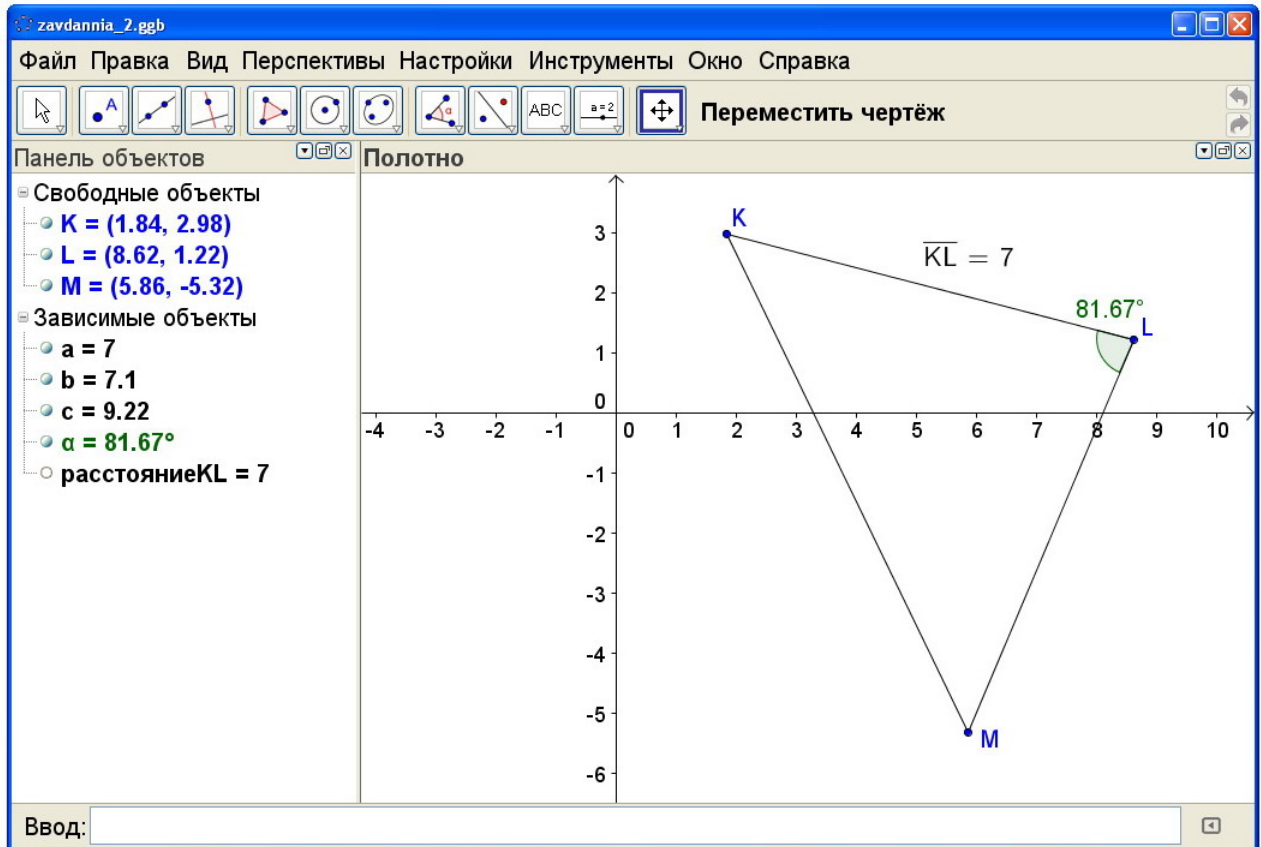
Закріплення положення об'єкта на прикладі точки

Щоб вершина K стала статичною, потрібно її закріпити. Для цього вибрати інструмент **“Перемещать”**, виділити точку, через контекстне меню перейти у **Свойства** та поставити позначку у чекбоксі

Закрепити об'єкт.


Щоб вершину можна було перетягувати знову, приберіть цю позначку.



Збережіть креслення.



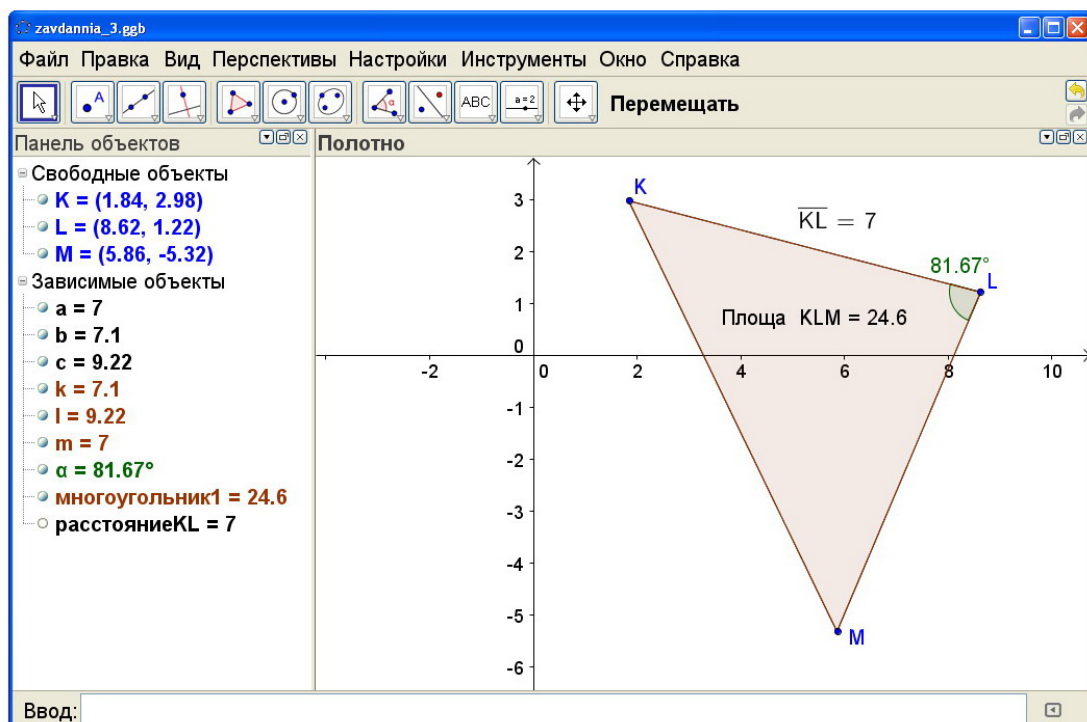
Завдання 3

- **Визначити площу трикутника.**

	Для цього використаємо попередньо створене креслення. Відкриємо файл з трикутником KLM .
	Для визначення площі трикутника використовуємо інструмент “ Площадь ” і послідовно виділяємо точки.
	Як Ви вже переконались, площу визначити не вдалось. Тому що трикутник не є одним об'єктом, а сукупністю точок і відрізків, з кінцями у цих точках.

	<p>Щоб повторно не будувати трикутник, задачу можна розв'язати іншим шляхом:</p> <ul style="list-style-type: none"> • за допомогою інструменту “Многоугольник” перетворити трикутник у об’єкт; • визначити інструментом “Площадь” площу трикутника.
	<p>Вибираємо інструмент “Многоугольник” і проходимо послідовно по кожній точці К, Л, М та знову К, цим самим перетворюємо трикутник в об’єкт.</p>
	<p>Вибираємо інструмент “Площадь” і лівою кнопкою миші клацаємо у центрі трикутника. Мав відобразитися напис “Площадь KLM = 24,6”. Для зміни мови напису двічі на йому клацніть.</p> <p>Змініть напис на наступний “Площа KLM = 24,6”.</p>
	<p>Спробуйте знайти такі положення вершин трикутника, при яких площа Вашого трикутника KLM дійсно буде дорівнювати 24,6 см².</p>

Збережіть зміни у кресленні.


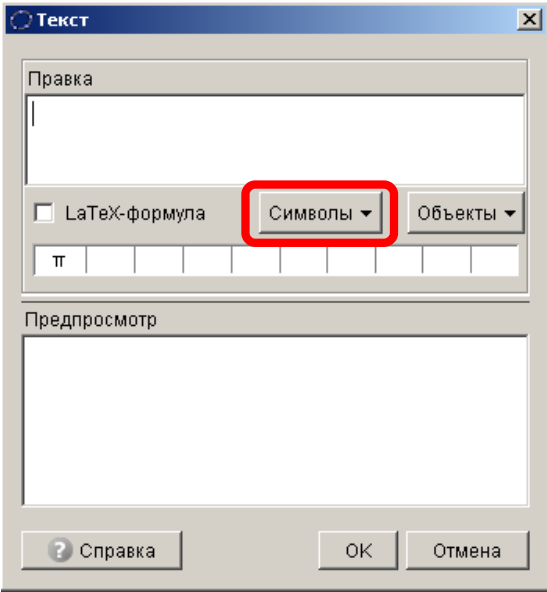



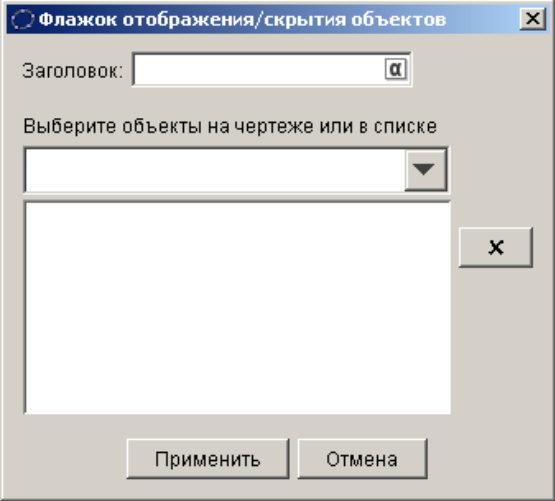
Завдання 4.

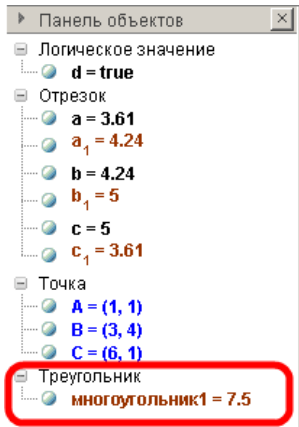
Робота з написами та прапорцями.

Для виконання завдання будемо використовувати трикутник із завдання 3.

- Створити напис “Дано ΔKLM ”.
- Створення прапорця, що відображає або приховує площу трикутника.

	<p>Створення напису “Дано ΔKLM”.</p> <p>На панелі інструментів вибрати інструмент “Надпись” та клацнути лівою кнопкою миші у будь-якому місці на полотні.</p>
	<p>З’явиться вікно</p>  <p>У частині Правка вводимо потрібний текст, відповідно у Предпросмотр бачимо, як буде відображатись введений текст. Позначку трикутника вводимо за допомогою кнопки Символи. Після завершення потрібно натиснути ОК.</p> <p>Створюємо напис “Дано ΔKLM” та натискаємо ОК.</p> <p>За допомогою інструменту “Перемещать” можна змінювати положення усіх незакріплених об’єктів, у тому числі й написів.</p>

	<p>Створіть напис “Дано ΔKLM”, розташуйте його у лівому верхньому кутку креслення. Скориставшись контекстним меню (правою клавішею миші на написі), змініть колір на зелений, оберіть великий розмір літер.</p>
	<p>Створення прапорця</p> <p>Для створення прапорця, який буде відображати або приховувати площу трикутника, потрібно вибрати на панелі інструментів інструмент “Флажок отображения/скрытия объектов” та клацнути лівою кнопкою миші у будь-якому місці на полотні.</p>
	<p>З’явиться вікно</p>  <p>У пункті Заголовок вказується ім’я, що буде відобразитись напроти чекбоксу;</p> <p>у пункті Выберите объекты на чертеже или в списке за допомогою випадаючого списку вибираєте об’єкти, котрі будуть приховуватись чи відобразитись.</p> <p>Після закінчення внесення та вибору об’єктів потрібно натиснути “Применить”.</p>
	<p>Якщо ви не пам’ятаєте назву напису, зверніться до панелі об’єктів, де у списку, який розкривається, буде відображено назву фігури та назву об’єкта, що відображає площу, як показано на рисунку.</p>



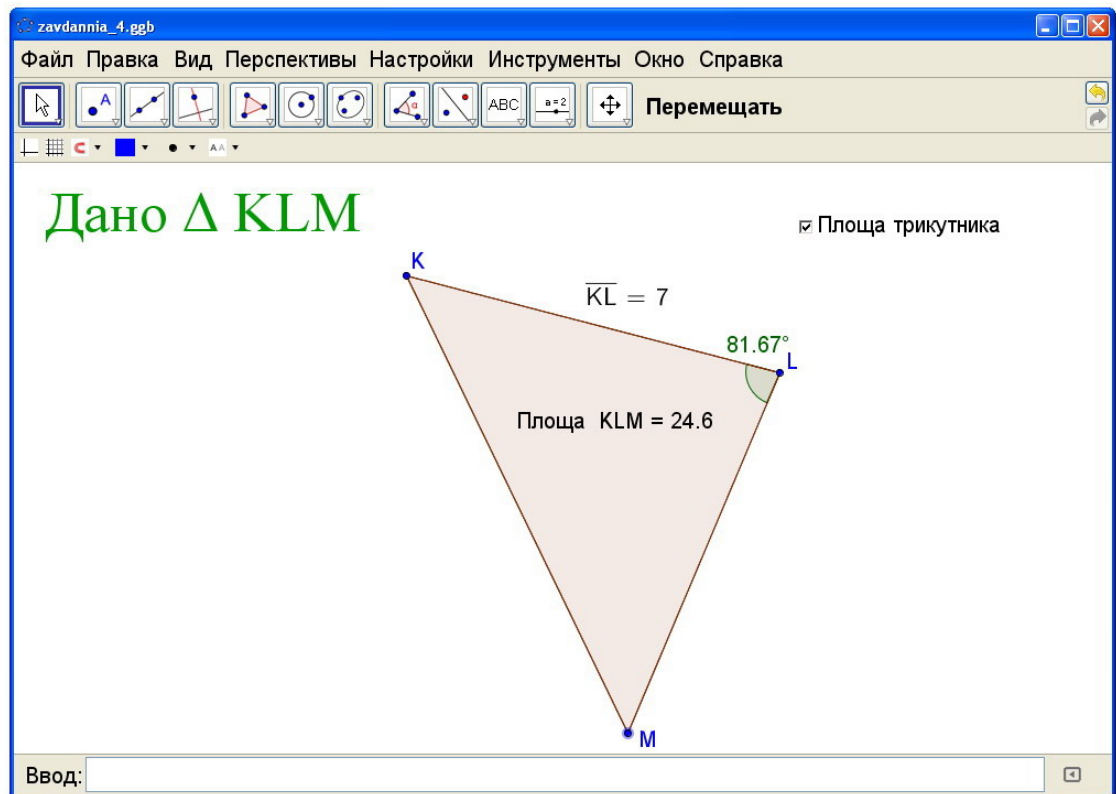
По завершенню натиснути “**Применить**”.

На полотні з’явиться чекбокс з назвою “Площа трикутника”. Тепер потрібно вибрати інструмент “**Перемещать**” та спробувати прибрати позначку з чекбоксу.

Створить таку прив’язку до прапорця.

За допомогою пункту меню “**Вид**” приберить осі координат та панель об’єктів.


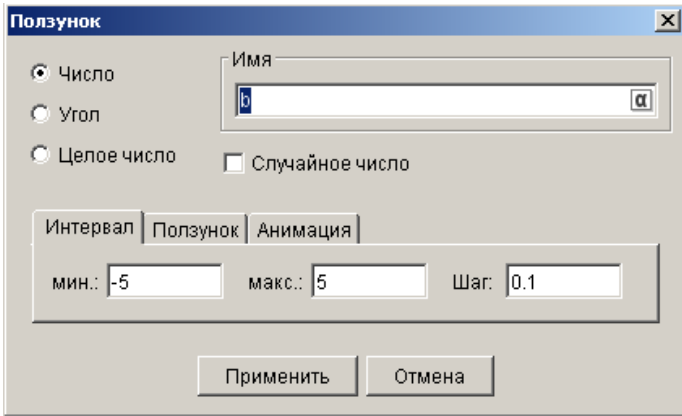

Змініть розташування об’єктів так, як показано на малюнку.



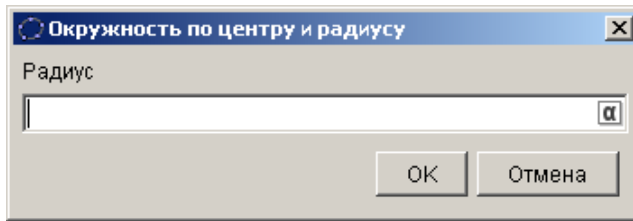
Завдання 5.

Робота з повзунком.

- Створимо коло з центром у точці S радіуса, що задається повзунком.

	<p>Створення повзунка та зміна інтервалу, у якому змінюється його значення</p> <p>На панелі інструментів вибрати інструмент “Ползунок”. Зверніть увагу, даний інструмент створюється на полотні по замовчуванню статичним і для того, щоб змінити його місце розташування, потрібно зняти галочку з чекбокса “Закрепить объект” у “Свойствах” об’єкта.</p>
	<p>Після того, як інструмент вибраний, потрібно клацнути лівою кнопкою миші на полотні. Перед вами з’явиться вікно.</p>  <p>Активуйте пункт Число, вкажіть ім’я повзунка, наприклад, radius, задайте потрібний інтервал від 0 до 10 та крок (шаг) 1. та натисніть “Применить”.</p> <p>Для розуміння роботи інших пунктів спробуйте самостійно створити повзунок, котрий змінює кут.</p>
	<p>Прив’язка повзунка до радіуса кола</p> <p>Перш за все створюємо точку S - центр кола. Не забудьте перейменувати точку.</p> <p>На панелі інструментів вибираємо інструмент “Окружность по центру и радиусу” та відмічаємо на осі координат точку S.</p>

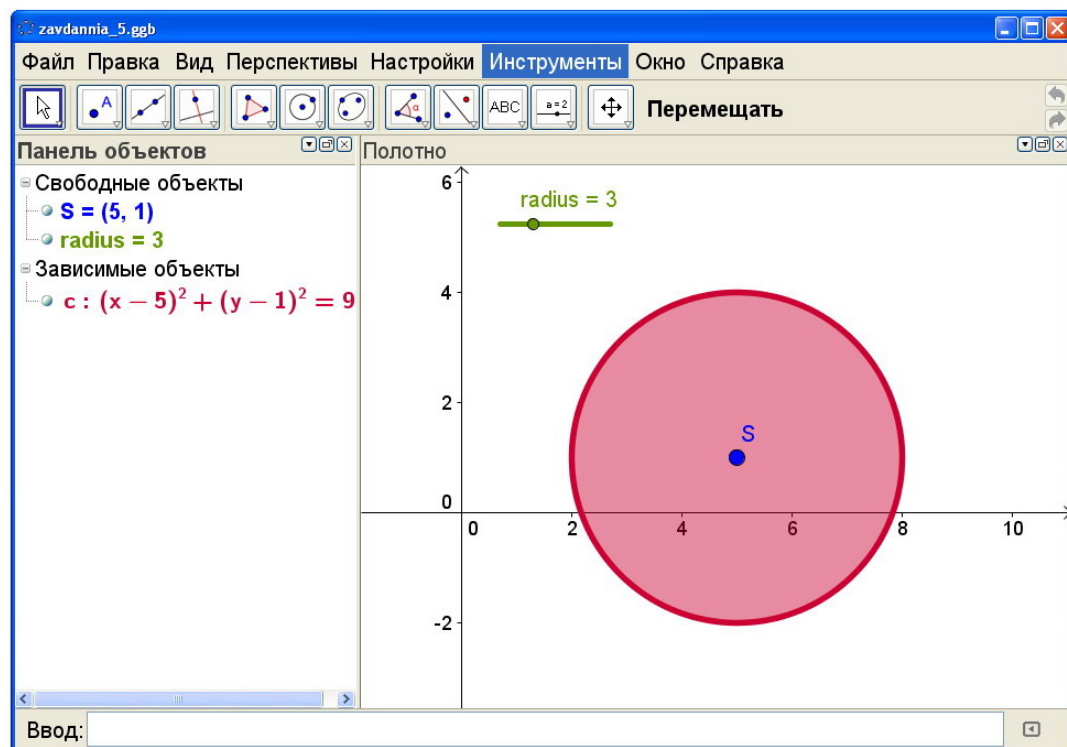
З'явиться вікно:



Потрібно у поле вписати назву повзунка, у нашому випадку **radius**, та натиснути **ОК**. Ці дії роблять прив'язку значень повзунка до радіуса кола, а саме: при зміні повзунка **radius** коло буде збільшуватись чи навпаки.

Створіть такий повзунок.

Задайте кольори об'єктів так, як показано на малюнку.



7. Складніші приклади створення тривимірних інтерактивних моделей

Припустимо, що у просторі є точка O . Нехай ця точка буде початком двовимірної системи координат з осями x та y , та тривимірної з осями u, v, w . Нехай γ – площина, у якій лежить система координат xOy .

Нехай кут між векторами \vec{y} та \vec{w} - α , а кут між векторами \vec{x} та \vec{u} - β .

Не важко довести, що координати проєкцій на площину γ одиничних векторів осей тривимірної системи координат у системі координат xOy будуть:

$$\begin{aligned}\vec{u}' & (\cos \alpha, \sin \beta); \\ \vec{v}' & (-\sin \alpha, -\sin \alpha \cos \beta); \\ \vec{w}' & (0, \cos \alpha).\end{aligned}$$

Очевидно, координати проєкції точки $A(u_A, v_A, w_A)$ будуть рівні координатам радіус-вектора \overline{OA} .

$$\overline{OA} = u_A \cdot \vec{u}' + v_A \cdot \vec{v}' + w_A \cdot \vec{w}'$$

Спробуємо створити динамічний рисунок у програмі GeoGebra, у якому будуть відображатись проєкції одиничних векторів тривимірної системи координат.

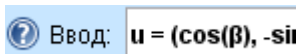
Виконаємо таку послідовність дій.

1. Для початку потрібно додати кути α і β , які можна буде динамічно міняти.



Додаємо повзунки α і β (не забуваємо вказати, що це кут).

2. Тепер нам потрібно зобразити проєкції векторів $\vec{u}, \vec{v}, \vec{w}$.



Найзручніше це зробити за допомогою командного рядка, ввівши у неї команди:

$$u = (\cos(\beta), -\sin(\alpha) \sin(\beta))$$

$$v = (-\sin(\beta), -\sin(\alpha) \cos(\beta))$$

$$w = (0, \cos(\alpha))$$

Після цього на екрані з'являться три вектори. При зміні значень кутів α і β , вони повинні обертатися.

Але існує більш зручний спосіб зміни кутів α і β , ніж використання повзунків. Метод полягає в тому, щоб замість повзунків використовувати точку.

Виконаємо таку послідовність дій:

1.  Поставимо точку A .

2. Введемо послідовно команди

$$xa = x(A)$$

$$ya = y(A)$$

Таким чином, ми ввели два числа: xa та ya – координати абсциси та ординати точки A відповідно.

3. Тепер команди для задання векторів трохи зміняться:

$$u = (\cos(xa), -\sin(ya) \sin(xa))$$


$$v = (-\sin(xa), -\sin(ya) \cos(xa))$$

$$w = (0, \cos(ya))$$

У такому випадку, для того, щоб змінювати кути α і β , потрібно пересувати точку A .

Далі спробуємо створити динамічну модель куба $A_1B_1C_1D_1A_2B_2C_2D_2$ з довжиною ребра a .

1. Будуємо вектори $\vec{u}, \vec{v}, \vec{w}$ одним з вище описаних способів.

2.  Ставимо повзунок a , виставляємо межі числа від 0.1 до 20.

3. Припускаємо, що початок тривимірної системи координат лежить на перетині двох діагоналей куба. В такому випадку координати точок будуть такі:

$$A_1\left(\frac{a}{2}, \frac{a}{2}, \frac{a}{2}\right); B_1\left(\frac{a}{2}, -\frac{a}{2}, \frac{a}{2}\right); C_1\left(-\frac{a}{2}, \frac{a}{2}, \frac{a}{2}\right); D_1\left(-\frac{a}{2}, -\frac{a}{2}, \frac{a}{2}\right);$$

$$A_2\left(\frac{a}{2}, \frac{a}{2}, -\frac{a}{2}\right); B_2\left(\frac{a}{2}, -\frac{a}{2}, -\frac{a}{2}\right); C_2\left(-\frac{a}{2}, \frac{a}{2}, -\frac{a}{2}\right); D_2\left(-\frac{a}{2}, -\frac{a}{2}, -\frac{a}{2}\right);$$

4. Найзручніше вводити координати в таблиці (Ctrl+Shift+S).

У комірці **A1** введемо «a/2», програма автоматично обрахує значення.

Заповнимо таблицю координатами з пункту 2. Координати точки A_1 у такому випадку будуть розташовані у комірках A1, B1 та C1.

	A	B	C
1	3.05	3.05	3.05
2	-3.05	3.05	3.05
3	3.05	-3.05	3.05
4	-3.05	-3.05	3.05
5	3.05	3.05	-3.05
6	-3.05	3.05	-3.05
7	3.05	-3.05	-3.05
8	-3.05	-3.05	-3.05
a			

5. Тепер по цих координатах потрібно побудувати проекції точок.



Для початку додаємо точку W (вона нам знадобиться для того, щоб отриману проекцію фігури можна було пересувати по екрану).

6. Виберемо з меню пункт **Опції\Позначення\Нові об'єкти відсутні**. Після чого усі нові точки, що з'являтимуться на екрані будуть з'являтися без позначень.

7. Далі у комірці D1 введемо: $W + A1 u + B1 v + C1 w$. Після чого з'явиться перша вершина куба, а у комірці будуть записані координати точки.

8. Вводити $W + A2 u + B2 v + C2 w$ у комірці D2 не обов'язково.

C	D	E
3.05	(10.42, 5.29)	
3.05		
3.05		

Достатньо потягнути за квадратик у кутку виділеної комірки D1 до комірки D8 включно.

Комірki D2-D8 заповняться автоматично.

9. Тепер усі вершини зображені на рисунку.

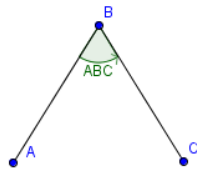
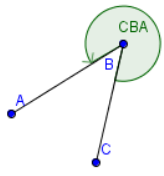


Далі достатньо з'єднати їх відрізками у потрібному порядку.

10. У властивостях кожної вершини можна вказати її назву в полі «Надпис», а у меню «Показувати позначення» вибрати пункт «Заголовок».

Таким чином ми отримали тривимірну модель куба. Але, при побудові рисунка до стереометричних задач важливим є зображення невидимих ліній пунктиром. Це

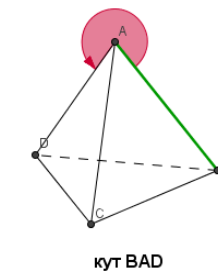
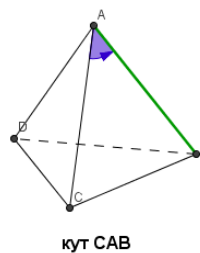
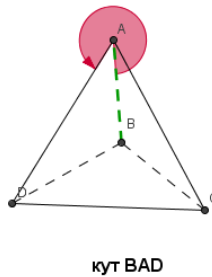
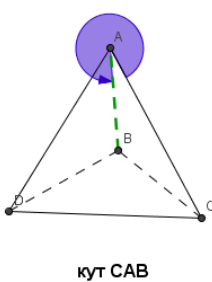
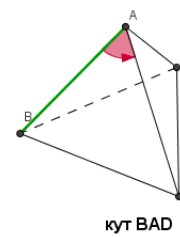
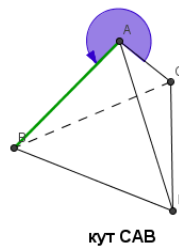
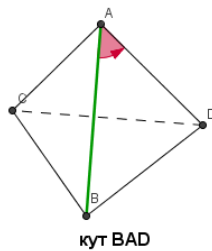
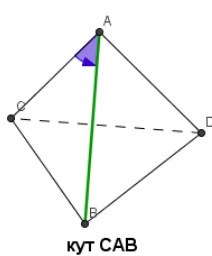
проблематично, оскільки при різних значеннях кутів α та β невидимою може виявитись будь-яка з зображених ліній.



Тому, пропонується створити інструмент для програми **GeoGebra**, який в залежності від кутів α і β положення прямої визначатиме видима вона чи ні, і зображатиме її суцільною або пунктирною відповідно.

Потрібно зауважити, що для визначення кута у програмі **GeoGebra** важливим є порядок запису вершин. Тобто $\angle ABC \neq \angle CBA$. Напрямок усіх кутів - проти годинникової стрілки.


Нехай маємо тетраедр $ABCD$. Розглянемо умови видимості ребра AB .

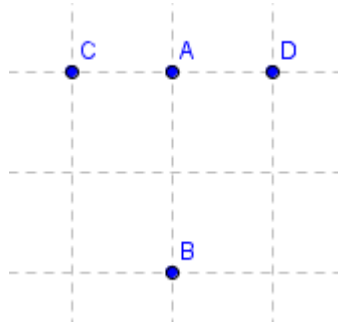


Якщо один з кутів CAB або BAD менший 180° , то відрізок AB видно і його потрібно зображати суцільною лінією. У іншому ж випадку – пунктирною. Цю умову можна використати для будь-якої піраміди або призми, в основі якої випуклий чотирикутник, умовно підібравши для потрібного відрізка тетраедр, вершинами якого будуть деякі вершини даної фігури.

Щоразу вводити у програмі таку об'ємну умову незручно. Тому варто створити інструмент, який частину роботи виконуватиме автоматично.

Для цього виконаємо таку послідовність дій:

1. Відкриємо нове вікно програми **GeoGebra**.
2. Приберемо осі (**Вид\Оси**) та відобразимо сітку (**Вид\Сетка**).
3.  Поставимо нові точки A, B, C, D так, як показано на рисунку.



4. Впишемо команди в командний рядок:

Якщо[Кут[С,А,В]<180°∨Кут[В,А,Д]<180°,Відрізок[А,В]]
Якщо[¬(Кут[С,А,В]<180°∨Кут[В,А,Д]<180°),Відрізок[А,В]]

Тепер викличемо вікно властивостей відрізка b і у вкладці “Стиль” у пункті “Стиль лінії” виберемо пунктирну лінію. Після цього, якщо поміняти точки C і D місцями, то відрізок AB повинен стати пунктирним.

5. Викличемо вікно **Инструменты\Создать новый инструмент**. Як вихідні об’єкти виберемо відрізки a і b . Як вхідні – точки A, B, C, D (у такому ж порядку).

У вкладці “Имя и значок” у полі “Имя” введемо “Відрізок 3D”. Поле “Команда” заповниться автоматично.




Значок можна створити самому або завантажити за адресою <http://mathforum.at.ua/3d.jpg>.

6. Викличемо вікно **Инструменты\Управление инструментами**. Натиснемо “Сохранить как” і збережемо інструмент під назвою “Відрізок3D.ggt”]

Після виконання описаних вище дій створиться файл формату **.ggt** з інформацією про інструмент, який ми будемо використовувати для подальшого створення об’ємних динамічних ілюстрацій.

Створимо тепер шаблон для подальшої роботи з векторами та щойно створеним інструментом.

1. Збережемо файл як “**Шаблон.ggb**”.
2. Приберемо осі.
3.  Поставимо точку і задамо їй назву *Obert*.
4. Введемо послідовно команди

$$xa = x(Obert)$$

$$ya = y(Obert)$$

$$u = (\cos(xa), -\sin(ya) \sin(xa))$$

$$v = (-\sin(xa), -\sin(ya) \cos(xa))$$

$$w = (0, \cos(ya))$$

5. Виділимо отримані вектори і у властивостях вкажемо їх не відображати.
6. Відкриємо файл з інструментом “**Відрізок3D**”.
7. Натиснемо за “**Сохранить**”.

Тепер спробуємо побудувати модель куба, використовуючи щойно створений шаблон.

1. Відкриємо файл “**Шаблон.ggb**” та збережемо його як “**Куб.ggb**”.
2. Повторюємо дії з пунктів 2-8 попередньої побудови куба.
3. Тепер потрібно зобразити ребра. Використаємо створений нами інструмент “**Відрізок.ggt**”.



Натискаємо на іконку і вибираємо точки у такій послідовності: D_5, D_1, D_7, D_6 . Після цього повинно з’явитися ребро D_1D_5 .

Далі послідовно використовуючи інструментом “**Відрізок3D**”, вибираємо по 4 точки, додаючи до ілюстрації по новому ребру. Вибираємо точки у такій послідовності:

$$D_7, D_3, D_8, D_5; \quad D_8, D_4, D_6, D_7; \quad D_6, D_2, D_5, D_8; \quad D_8, D_6, D_5, D_4;$$

$$D_6, D_5, D_7, D_2; \quad D_5, D_7, D_8, D_1; \quad D_7, D_8, D_6, D_3; \quad D_3, D_1, D_2, D_7;$$

$$D_1, D_2, D_4, D_5; \quad D_2, D_4, D_3, D_6; \quad D_4, D_3, D_1, D_8;$$

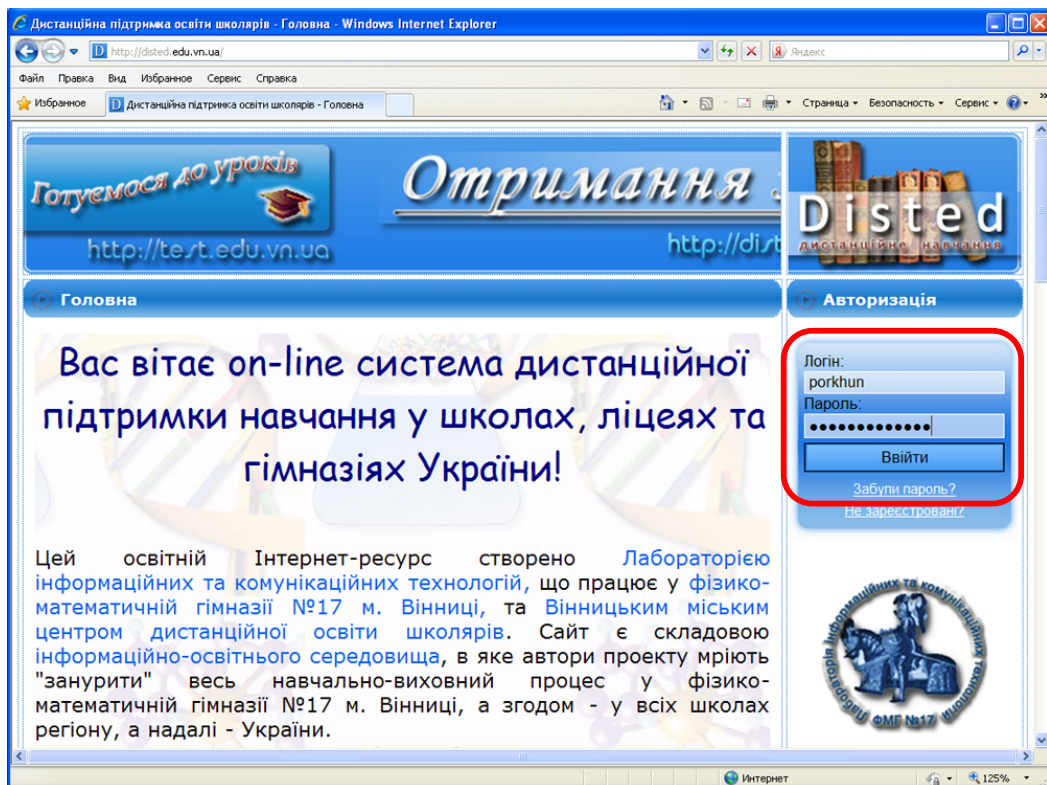
Отримали куб. При його обертанні видимі ребра зображаються суцільними відрізками, а невидимі – пунктирними.

4. У властивостях точок D1-D8 в пункті **“Показувати обзначення”** вказуємо **“Заголовок”**. В пункті **“Надпись”** для кожної точки вказуємо її назву.

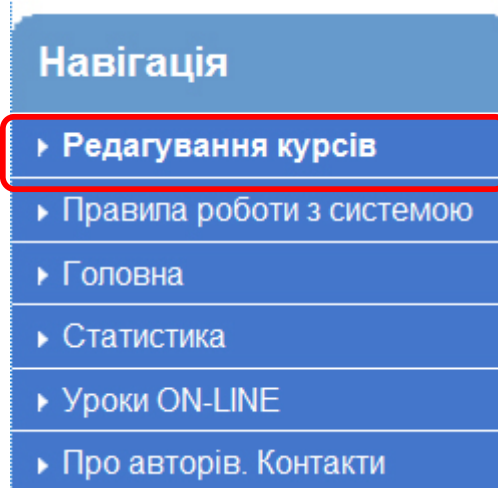
8. Розміщення моделей GeoGebra в системі «Готуємося до уроків» <http://disted.edu.vn.ua>

Інтерактивні моделі, створені у середовищі Geogebra, можна використовувати не лише як автономні навчальні додатки. Вони можуть бути складовою частиною електронного уроку у системі **disted.edu.vn.ua**. Моделі (або як їх називають програмісти “аплети”) можуть бути легко додані до будь-якого уроку системи її стандартними засобами. Розглянемо додавання таких моделей на прикладі файлу **prizma.ggb**. Файл було створено системою GeoGebra і він є фактично архівом аплета.

1. Увійдіть до системи disted.edu.vn.ua, ввівши власний логін і пароль.

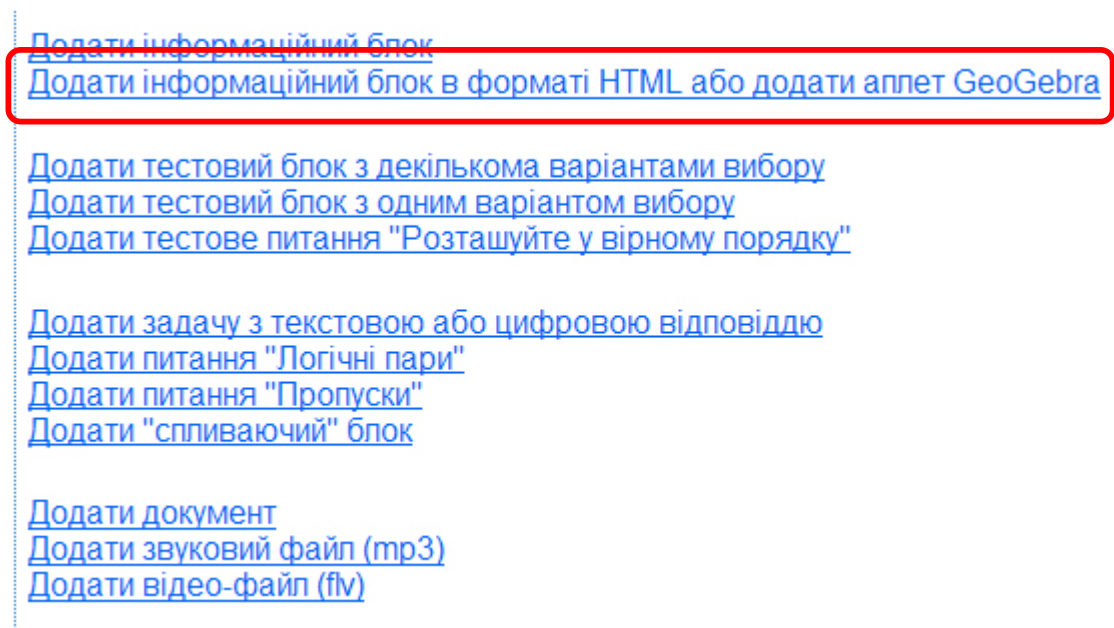


2. Скористайтеся пунктом **Редагування курсів** меню **Навігація**.

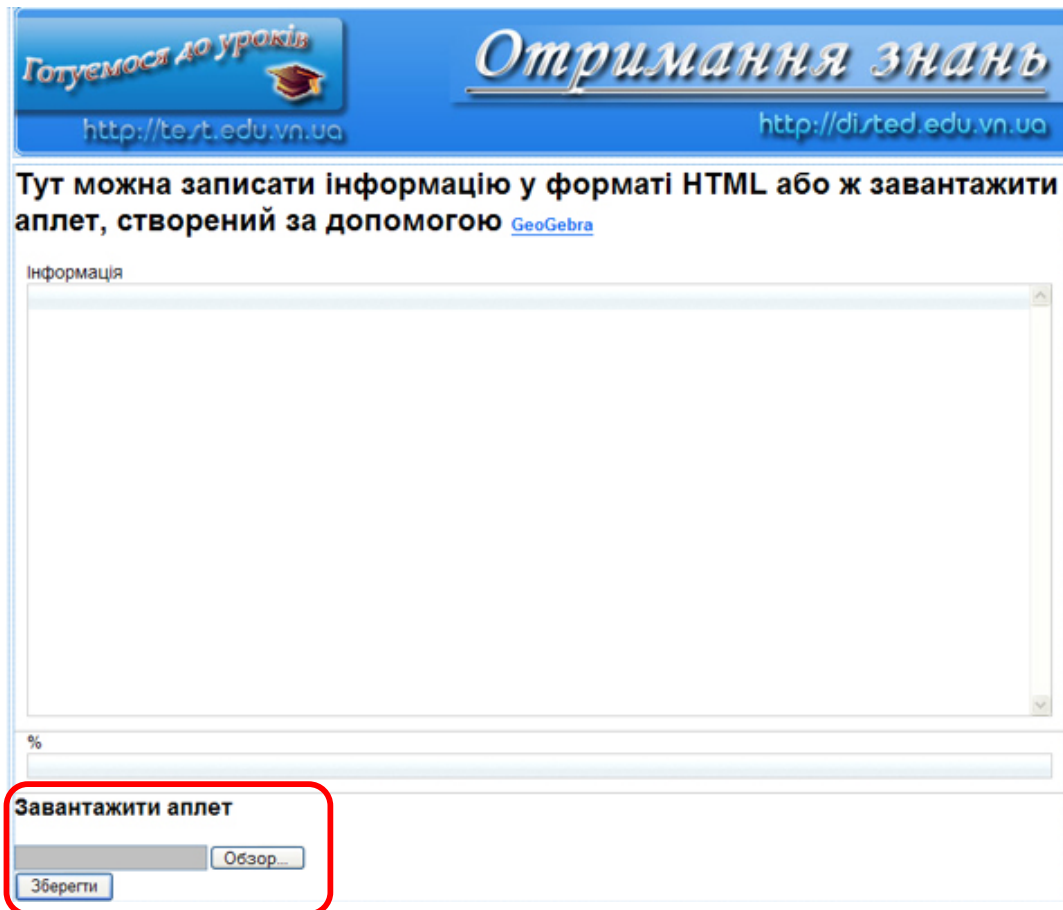


Цей пункт доступний лише для користувачів, що отримали права автора у системі «Готуємося до уроків».

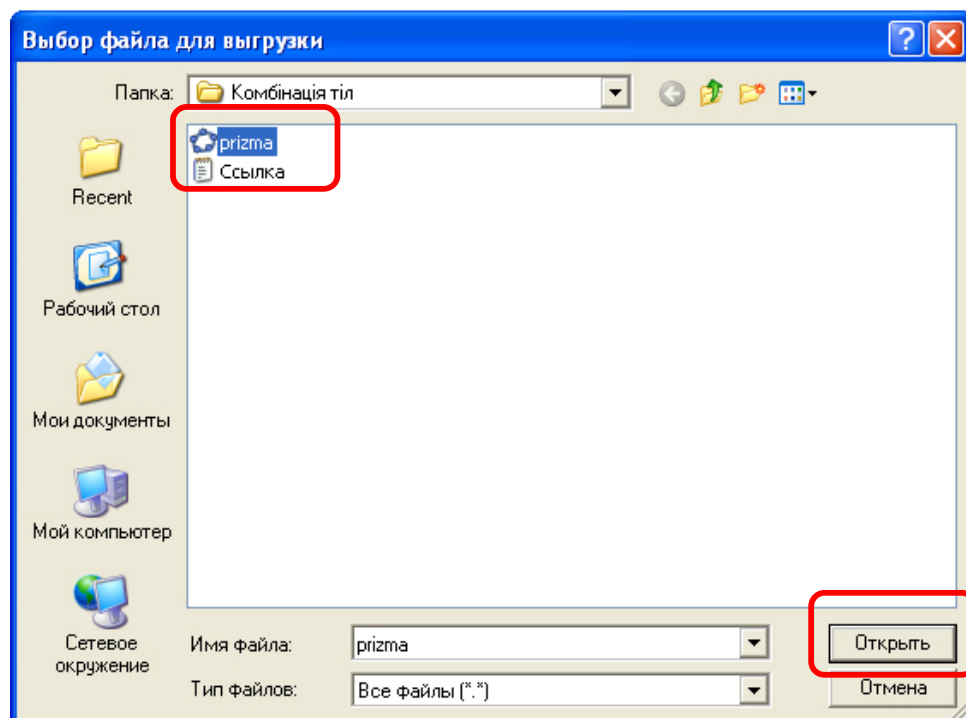
3. Оберіть курс, а потім урок, у якому будемо розміщувати створену модель. Перед Вами з'явиться перелік блоків, з яких може складатися урок.



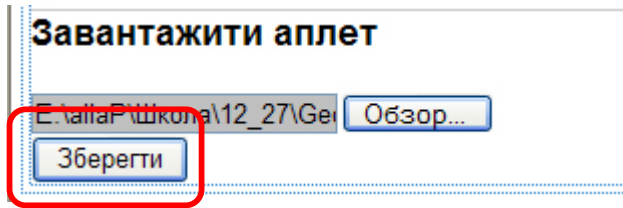
4. Оберіть «**Додати інформаційний блок у форматі HTML або додати аплет Geogebra**». Відкриється форма, в нижній частині якої є можливість завантажити аплет.



5. Натисніть на кнопку “Обзор”, у вікні “Выбор файла для загрузки” знайдіть файл prizma.ggb, який треба завантажити, оберіть його і натисніть “Открыть”.



6. Натисніть на кнопку “Зберегти”.



Модель завантажена – всі її елементи керування (прапорці, повзунки, кнопки запуску) працюють.

Задача.
Правильна трикутна призма вписана у кулю з радіусом R . При якій висоті призми її об'єм буде найбільшим?

Радіус кулі Нахил

Висота циліндра, призми

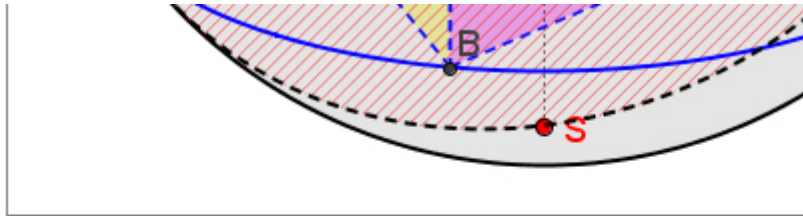
Обертання

- Деякі точки дотику
- Верхня основа циліндра
- Нижня основа циліндра
- Осьовий переріз циліндра
- Призма
- Переріз через CC_1 та C_k
- Площина $A_1B_1C_1$
- Прямі зв'язку

Видалити блок Редагувати блок 0% від уроку

Слід у черговий раз зауважити, що моделі будуть правильно відображатися і працювати у браузері при перегляді відповідної сторінки лише тоді, коли на вашому ПК завантажено спеціальне програмне забезпечення (т. з. «Java-машина»). Якщо його немає, воно буде автоматично завантажено при першому зверненні браузера до сторінки з аплетом, треба тільки дати на це згоду.

Якщо треба внести зміни до ілюстрації, робимо це на комп'ютері у середовищі Geogebra, зберігаємо файл, який потім завантажуюмо на сайт. Попередню версію треба видалити, для цього після ілюстрації є кнопка “Видалити блок”.



9. Використані джерела

Офіційний канал на YouTube

<http://www.youtube.com/user/GeoGebraChannel>

Блог “Жива геометрія”

<http://janka-x.livejournal.com/>

Короткий опис для початківців

<http://www.slideshare.net/marinmets/geogebra-1962501>

Віртуальний фізичний практикум

<http://school-physics.spb.ru/tiki-index.php?page=virt>

**Бібліотека комп'ютерних моделей – Інститут GeoGebra в Чернігові
(Україна)**

<https://sites.google.com/site/biblkompmod/>

<https://sites.google.com/site/biblkompmodelej/>

База прикладів з різних дисциплін

<http://www.geogebraTube.org/?lang=ru>

**GeoGebra Upload Manager. Бібліотека комп'ютерних моделей та інших
дидактичних матеріалів, створених за допомогою GeoGebra**

<http://www.geogebra.org/en/upload>

**Сайт, присвячений вивченню математики та фізики за допомогою
GeoGebra**

<http://dmentrard.free.fr/GEOGEBRA>

Використання GeoGebra при вивченні шкільного курсу геометрії.

Практичні роботи (англійською мовою)

<https://sites.google.com/site/geogebraiowa>

Математика та мультимедіа. Блог учителя математики

<http://matemru.wordpress.com>